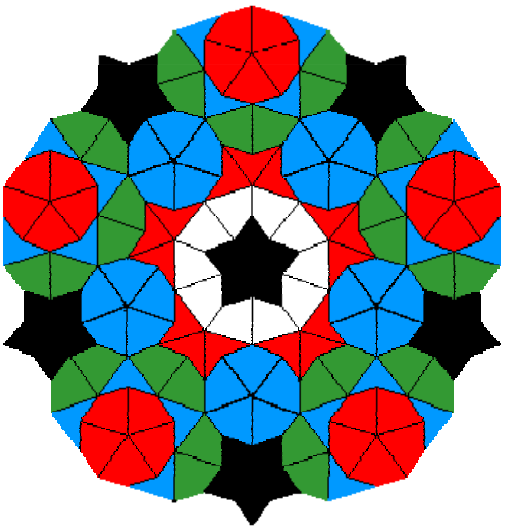
A Proporção Áurea

e curiosidades históricas ligadas ao desenvolvimento da ciência.



Eng. Fidencio Maciel de Freitas

Dezembro de 2008

"Certas formas capturam nosso olhar e mexem com nossos sentidos bem mais do que outras e, mesmo que não saibamos a princípio o que as diferenciam, temos uma sensação de harmonia, encantamento e perfeição. Quando examinamos profundamente o padrão de uma flor, uma concha ou o balanço de um pêndulo, descobrimos uma ordenação incrível, que desperta em nós o maravilhoso... Algo infinitamente maior do que nós se revela e percebemos que o ilimitado emerge dos limites, dos padrões bem definidos...

Quando você acha algo muito bonito ou entra em um lugar que transmite uma inexplicável sensação de harmonia, saiba que isto acontece por causa de determinadas formas que obedecem a uma regra geométrica especial chamada de ***Proporção Áurea...***"[1]

[1]Φ (FHI), A Razão da nossa Proporção ser Divina! Semíramis Coelho da Silva Guabiraba, Universidade Luterana do Brasil, sra.guabiraba@gmail.com; Malcus Cassiano Kuhn Universidade Luterana do Brasil, malcusck@yahoo.com.br.

A ***Proporção Áurea*** não é apenas uma curiosidade geométrica e um cânone arquitetônico: muito mais do que isto, ela é uma das leis que regem o equilíbrio dos corpos, a harmonia das formas e dos movimentos.

INTRODUÇÃO

Ao escrever esta monografia sobre a *Proporção Áurea* fui obrigado a sacudir a poeira do tempo e analisar aspectos históricos e alguns fatos que influenciaram o desenvolvimento da ciência. Sempre fui muito curioso com relação à história das instituições e pessoas que realizaram grandes feitos impulsionando a humanidade. Neste sentido, destaca-se a Biblioteca de Alexandria, criada em 305a.C., instituição de ensino e pesquisa com professores pagos pelo Estado que revolucionou o mundo em seus 950 anos de funcionamento. Por ela passaram grandes sábios como Euclides, Eratóstenes, Hiparco, Tecídio, Apolônio, Diofanto, Calímaco, Arquimedes, Vitrúvio, Galeno e muitos outros. A criação da Biblioteca permitiu a fusão do conhecimento egípcio, com o grego e com o persa. Este fato resultou de dois outros que o antecederam: primeiro, Alexandre conquistou o Egito e a Pérsia batendo o exército de Dario III, 6 vezes maior do que o macedônio, um feito inacreditável; segundo, com sua morte prematura, Pitolomeu, amigo íntimo e general de Alexandre, assumiu o trono egípcio em Alexandria e criou a Biblioteca inspirado nos ensinamentos de Aristóteles, que educara o conquistador macedônio e seus amigos de juventude. Que fez o gênio para vencer o poderosíssimo exército persa? O quê pensava Alexandre? Como agia? E por que tal instituição de ensino foi destruída? Sempre me intrigaram estas questões ligadas ao progresso do homem. Tenho convicção de que o estudo da história pode revolucionar a nossa forma de pensar e de ver o mundo pelos exemplos encontrados sob os escombros do passado. E acredito que o conhecimento seja a grande redenção da humanidade, em todos os sentidos. É necessário dizer que a religião muito contribuiu para a humanização do Planeta. Antes do advento das grandes religiões o homem era mais parecido com um monstro, porque tratava seus semelhantes com monstruosidade. Entretanto, por melhor que tenha sido a religião em sua tarefa humanística, ela trás dentro de si um componente ligado à fé que leva o homem a idéias preconcebidas extremamente danosas. Ela traz em seu bojo princípios "divinos" que durante quase dois mil anos fizeram o sol girar em torno da terra e, por causa destes princípios considerados divinos, milhares de seres humanos foram queimados em fogueiras públicas, em nome de Deus, após julgamentos absurdos e torturas muito penosas. E, ao longo do tempo, muitos sábios foram proibidos de pensar, de ensinar e de escrever. Ao contrário, a ciência tem salvado vidas e promovido o bem-estar desde a sua invenção, embora, no século XX, algumas criações bélicas tenham causado grandes danos. Tenho procurado mostrar em meus escritos os fundamentos históricos de nossa evolução para que sejamos cada vez mais conscientes da necessidade de estudar, escrever e transmitir conhecimentos, desconsiderando qualquer "princípio divino" que cause entrave ao saber. Neste século XXI, a genética deverá reinventar todas as plantas e animais domésticos, em busca da eficiência produtiva, da necessidade de se proteger o meio-ambiente e de se eliminar os agrotóxicos. Teremos uma evolução sem precedentes. Entramos na era da transgenia que deverá salvar milhares de vidas humanas embora a religião de Roma seja contra, evocando "divinos princípios" na ânsia desesperada de defender seu catastrófico atraso milenar.

A divisão áurea serviu de inspiração a muitos inventores e pesquisadores, como Kepler, ao descobrir as três leis que regem o sistema solar. Como engenheiro, nem sempre a usei como inspiração em busca do equilíbrio das estruturas. Mas vejo que cometi grave erro. No final deste trabalho apresento ao leitor o Galpão Áureo, uma aplicação prática da secção áurea, criada por este curioso neste 2008; mais harmonioso, mais elegante, mais seguro com relação às forças dos ventos e muito mais econômico. Assim, mostro a sempre atual utilidade do conceito áureo, que pode parecer, para muitos, apenas uma curiosidade matemática.

Por um mundo melhor!

Fidencio Maciel de Freitas, Caroba, dezembro de 2008.

INDICE

1- O quê é a proporção áurea? **07**

2- A Proporção Áurea e o Antigo Egito **08**

3- A Divisão Áurea e a Cultura Grega **12**

4- A Casa da Sabedoria e o Sistema Decimal 22

5-O Arquiteto Vitrúvio e a Proporção Áurea **24**

6- O Renascimento e a Divina Proporção **26**

7- Bach e a Secção Áurea **30**

8- Le Corbusier e seu Cânone Arquitetônico **32**

9-Equação Genérica da Proporção Áurea **34**

10-A Cirurgia Plástica e a Divina Proporção **35**

11- A "espiral maravilhosa" nas conchas marinhas[2]: a simplicidade e beleza da sua descrição matemática; os chifres espiralados; as galáxias e os voos espaciais. **36**

12-A Genética e a Divina Proporção **43**

13-Da minha experiência como calculista de estruturas. **44**

14- Mosaicos de azulejos e ladrilhos em formação áurea **45**

15- Uma nova linguagem computacional **49**

16-Referências consultadas **50**

17- Sobre o autor **51**

[2] www.mat.uc.pt

A Proporção Áurea

e curiosidades históricas ligadas ao desenvolvimento da ciência.

Eng.Fidencio Maciel de Freitas

1- O quê é a proporção áurea?

A proporção áurea, ou "média e extrema razão", como a chamou Euclides (360-295 a.C.), ou "divina proporção", nos ensinamentos de Leonardo da Vinci (1452-1519), ou seção áurea, ou divisão áurea, ou segmento áureo, ou razão áurea é a mais harmoniosa forma de se dividir em duas partes uma peça comprida (uma viga, por exemplo) e, matematicamente, pode ser assim definida:

-seja um segmento de reta AB, dividido por um ponto C, entre A e B; (fig. 1)[3];

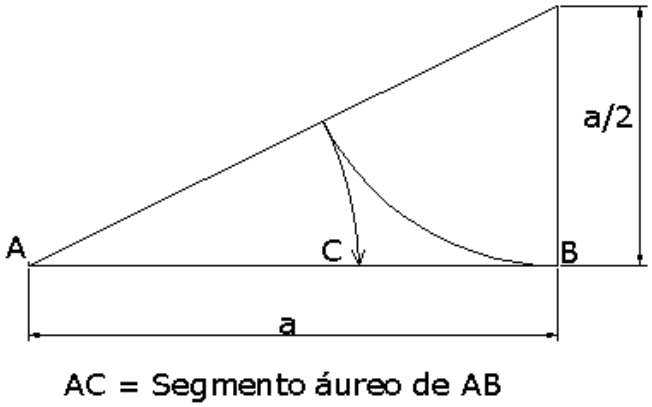


Fig. 1- Construção gráfica da secção áurea

-por definição, a proporção áurea ocorre quando é satisfeita a equação:

$$\mathbf{AB/AC=AC/CB;\ ou\ \ (AC)^2= ABxCB};$$

se fizermos AB=1,
cairemos nas equações: AC+CB=1 e $(AC)^2$=CB; que nos conduzem a
$(AC)^2$+AC=1; ou $(AC)^2$+AC–1=0
O valor de AC será: AC= $[(5)^{1/2}-1]/2$= 0,618033988... e o de CB=1-AC=
=$[3-(5)^{1/2}]/2$=0,381966... Dividindo-se estes dois números, encontramos

$[(5)^{1/2}-1]/\ [3-(5)^{1/2}]=(1+5^{1/2})/2=\mathbf{\Phi}$=1,618033988749894848204568834365638...=**AC/CB**,

número irracional, conhecido como número de ouro, ou **Φ (FI,** letra grega**)**, em homenagem a Fídias (490-430a.C.), fenomenal escultor grego que sempre usou a proporção áurea em suas obras. O número de ouro é um número irracional, como o número π (=3,1415926535...), como o número de Neper, "e" (=2,718281828...) e outros.
Por razões práticas, muitos arquitetos usam 5/8 (=0,625) e 3/8 (=0,375), ao invés de usar estes números irracionais da proporção áurea, fato que conduz a um erro menor do que 2%.
Partindo-se do decágono regular, pode-se chegar a uma curiosa relação entre o número áureo e o número π:

[3] www.mat.uel.br/geometrica

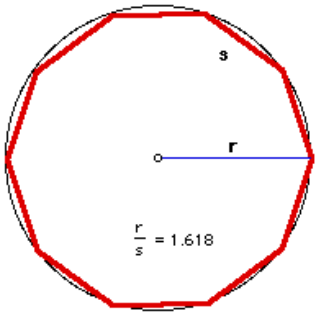


Fig. 2- O decágono regular: relação entre π e Φ.

Da trigonometria sabemos que **s/2=r.cos**72^0, ou, **s=2r.cos(2**π/5); ou ainda **s/r=2cos(2**π/5); ou **r/s=[2cos(2**π/5)$]^{-1}$= **Φ;**

Conclui-se que:

$$\Phi = 1{,}618033989... = [2\cos(2\pi/5)]^{-1} = 2\cos(\pi/5)$$

2- A Proporção Áurea e o Antigo Egito

A proporção áurea tem sido usada desde a antiguidade egípcia. Como cânone arquitetônico, foi encontrada na tumba de Khesi-Ra, que viveu por volta de 2700 a.C.. É inacreditável que este sábio já conhecesse a proporção áurea e o teorema de Pitágoras. O mais interessante é que sendo ele o "chefe dos arquitetos", o "chefe dos doutores", o "escritor do Faraó", tendo inúmeros títulos honoríficos, era, também, sacerdote de GOR, o deus egípcio da harmonia.

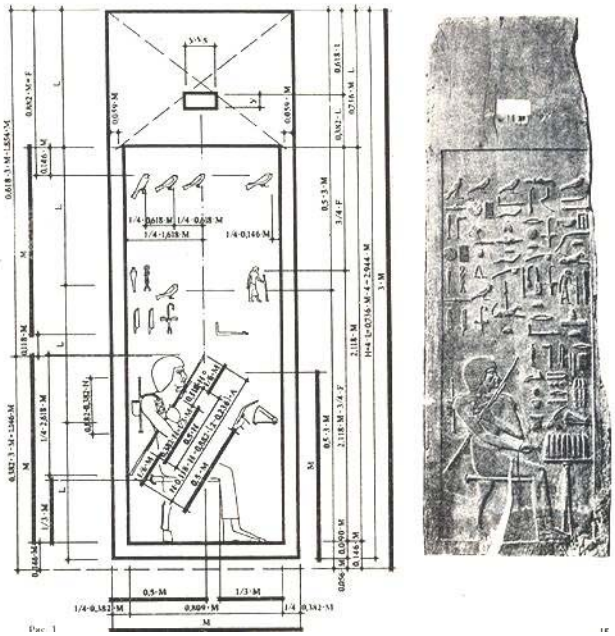


Fig. 3- O cânone de Khesri-Ra[4]

Belussi[5], e outros, escreve**: "**outro exemplo da proporção áurea na antiguidade é o Papiro de Rhind, ou de Ahmes, egípcio, de 1650 a.C., que se encontra no museu britânico, medindo 5,5

[4] www.goldenmureum.com. Originalmente, eram 11 painéis de Khesri-Ra; mas, apenas 5 restaram conservados.

[5] **Número de Ouro, artigo de Giuliano Miyaishi Belussi (**Giu_mb@yahoo.com.br), Daniel Aparecido Geraldini (Danielgeraldini@gmail.com), Enéias de Almeida Prado (Neneias13@yahoo.com.br), **Profª. Ms. Maria Bernadete Barison (**barison@uel.br) Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina-PR-Brasil.

metros de comprimento por 0,32 metros de largura, no qual encontramos um texto matemático na forma de manual prático contendo 85 problemas copiados em escrita hierática, pelo escriba Ahmes, de um trabalho mais antigo. Refere-se a uma «razão sagrada» que se crê ser o número de ouro".

O cálculo da altura[6] original da pirâmide de Quéops durante muito anos foi motivo de polêmica entre diversos arqueólogos. Atualmente, o quociente entre a altura de uma face pela metade do lado da base não chega a 1,6. Acredita-se que, originalmente, este quociente tenha sido **Φ** =1,618033989.. pois a altura da pirâmide diminuiu com o passar dos séculos. Nesta, a câmara mortuária do faraó possui o formato de retângulo áureo, ou seja, o quociente entre os lados do retângulo é Φ. Os egípcios atribuíam poderes místicos a este número.

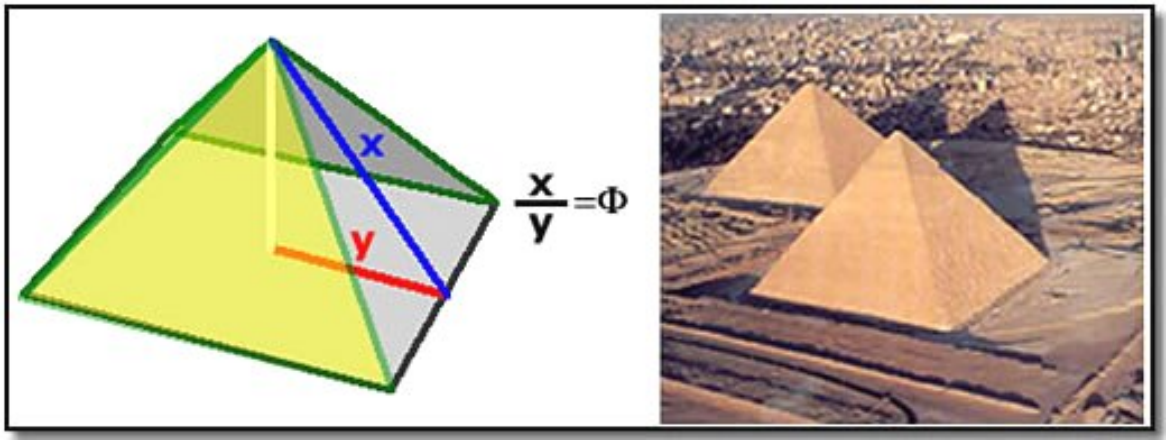


Fig. 4-A Pirâmide de Quéops

A medição do tempo

O dia mede 2x12 horas, a hora mede 60 minutos, que mede 60 segundos. Ao olharmos o relógio não imaginamos o quê pensaram os egípcios ao estabelecer o ano com 12 meses, o dia com 2x12 horas, a hora com 60 min, etc. E adivinhar que tudo isto foi baseado no dodecaedro regular que os egípcios consideravam um sólido divino, pela perfeição áurea de sua forma. Acreditavam que o universo fosse em forma de dodecaedro...

De fato, o dodecaedro possui 12 faces ou 12 pentágonos regulares, 60 lados e 30 vértices. É um sólido construído sobre o pentágono regular.

E, no pentágono regular, as diagonais estão na proporção áurea dos lados. E, mais, uma diagonal intercepta outra dividindo-a na proporção áurea.

---

[6] http://pt.wikipedia.org: A **Pirâmide de Quéops** (ou ***Khufu***), construída para ser a tumba do Faraó Quéops da quarta dinastia, cujo reinado se estendeu de 2551 a 2528 a.C, necessitou de uma força de trabalho de cerca de 100 mil pessoas empregadas durante 20 anos, e que eram homens livres. É a maior das três pirâmides de Gizé: sua altura original era 146,6 metros, mas atualmente é 137,16m, pois falta parte do seu topo e o revestimento; além disto, houve recalque.

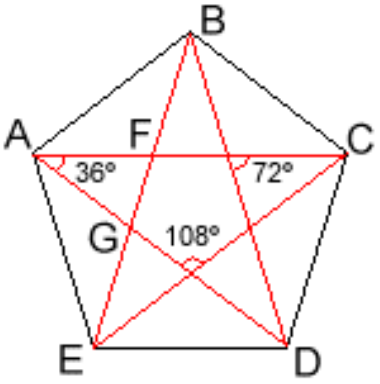


Fig. 5- O pentágono regular e a proporção áurea

Ou seja,

Φ=1,6180339887498...**=AC/AB=AC/FC=FC/AF=AF/FG=BD/DE**

e Φ^2=AB/GF

Abaixo, o volume do dodecaedro e a sua superfície lateral expressados em função do lado e do número áureo.

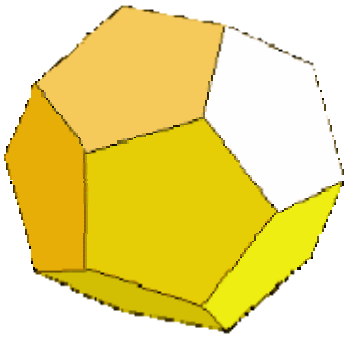


Fig. 6- O dodecaedro regular

$$V = a\frac{5\phi^3}{\sqrt{6-2\phi}}$$

Φ=2/[(5)$^{1/2}$-1]=1,618033989...

V=volume do dodecaedro regular; a=lado do dodecaedro;

$$A = a\frac{15\phi}{\sqrt{3-\phi}}$$

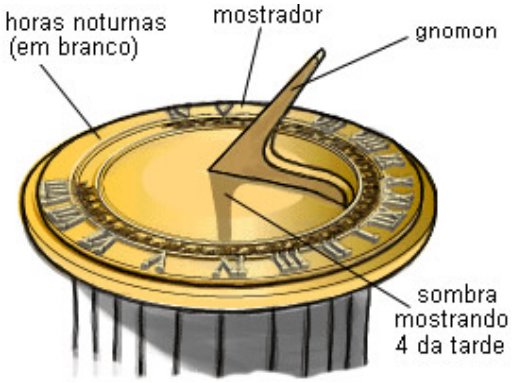
A=área da superficie do dodecaedro regular

Assim, o número 12 e o número 60 servem para medir o tempo e a circunferência 6x60=360 graus. E tudo isto tem como pano de fundo a proporção áurea que forma o pentágono, que

forma o dodecaedro etc. O ano egípcio tinha 12 meses de 30 dias mais 5 feriados. Não havia o ano bissexto[7], embora os egípcios soubessem que havia um erro de 1 dia a cada 4 anos.

A invenção do relógio

Primeiro, os egípcios inventaram o relógio de sol, que tem precisão absoluta.



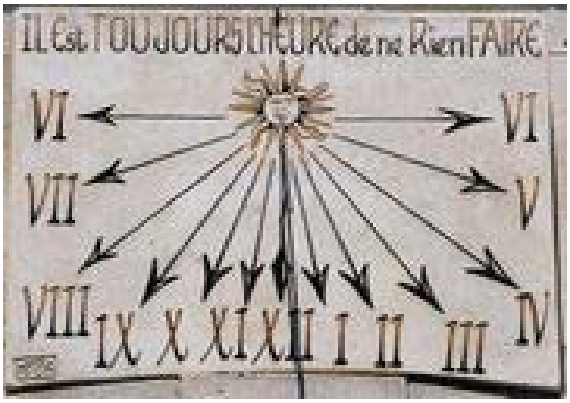


Fig. 7- O relógio de sol, desenho e foto; relógio de sol, modelo de parede; a ampulheta.

E para medir o tempo, inventaram a ampulheta e a clepsidra. A ampulheta chegou a nossos dias. Nos primórdios da Escola e Minas de Ouro Preto[8], onde estudei, alguns professores ainda usavam este medidor de tempo nas provas orais: o mestre fazia a pergunta e invertia a ampulheta. E o aluno, nervoso, ao tentar responder a questão no tempo marcado, via angustiado suas esperanças escoarem como os grãos de areia dentro daquela ampulheta implacável que podia mudar o seu destino!

A clepsidra era um jarro que deixava escoar água por uma torneira até se esvaziar. Tecídio, discípulo de Euclides e de Eratóstenes, a partir da clepsidra, criou o relógio mecânico movido a água, que marcava as horas, os minutos, os dias e as fases da lua. Arquimedes (287-212a.C.) aperfeiçoou as engrenagens e transformou o relógio de Tecídio em um "cuco" que deixava cair pelo bico uma esfera de metal a cada hora. Em 797 (ou 801), o califa de Bagdá, Harun al-Rashid, presenteou Carlos Magno com um elefante asiático chamado Abul-Abbas, junto com um relógio mecânico de onde saía um pássaro que anunciava as horas. Em 850 d.C. o arcebispo de Verona construiu um relógio mecânico que funcionava com pesos e contrapesos.

---

[7]Ano bissexto quer dizer com dois números 6, ou seja 366 (dias).

[8] Escola de Minas de Ouro Preto, fundada por D. Pedro II em 1876; juntamente com IME-Instituto Militar de Engenharia (Escola Central), fundado por D. João VI em 1811, são as escolas de engenharia mais antigas do Brasil. A Escola de Minas é a mãe da engenharia mineral, da geologia e da metalurgia brasileiras.

Outros grandes construtores que aperfeiçoaram o relógio foram Ricardo de Walinfard (1344), Santigo de Dondis (1344), seu filho João de Dondis que ficou conhecido como "Horologius", e Henrique de Vick (1370). Por volta de 1500, Pedro Henlein, na cidade de Nuremberg, fabricou o primeiro relógio de bolso. Até que, em 1595, Galileu Galilei descobre a Lei do Pêndulo, e este é introduzido no relógio, substituindo o sistema de pesos.

Hoje, o relógio atômico é considerado o mais preciso.

3- A Divisão Áurea e a Cultura Grega

Pitágoras (570-496a.C.) passou 22 anos no Egito e 12 na Babilônia[9], antes de fundar sua famosa escola. A Babilônia era uma cidade enorme. Aprendi que ocupava uma área de 500 hectares, ou seja, superfície 10 vezes maior do que as grandes cidades de seu tempo. Quando Pitágoras lá esteve, a cidade já tinha casas bancárias e juros limitados por lei. A civilização suméria possuía maravilhosa escrita cuneiforme desenvolvida dois mil e quinhentos anos antes. Era regida por um código de leis promulgado por Hamurabi[10](1792-1750 a.C.) e desfrutava de mais de 1500 anos de ordem e progresso.

> "Este código de leis é um marco no desenvolvimento da humanidade. Possui 282 artigos e se encontra no museu do Louvre, em Paris. É escrito em caracteres cuneiformes, em lingua acádia, sobre um diorito de 2,5 m de altura. Sabe-se que foi baseado em códigos anteriores, todos da região babilônica, na Mesopotâmia, ao sul de Bagdá: código de Urukagina (2.355 a.C.), Rei de Lagash; código de Ur-Nammu (2.111-2.003 a.C.), fundador da terceira dinastia de Ur (hoje, Nassirya, Iraque); código de Lipit-Ishtar (2.017-1.974 a.C.), quinto rei da dinastia de Isin; e código de Eshnunna, que precedeu a Hammurabi em meio século. A organização social permitida pela lei trás o progresso e a riqueza. Foi o que aconteceu à Babilônia, que chegou a ser riquíssima ainda no tempo de Alexandre (330 a.C.). O Código de Hammurabi já prescrevia: taxa de juros de 1/6 por ano, antes da existência da moeda na Mesopotâmia; regras para remuneração de quem fizesse a polinização artificial (na tamareira) em plantação alheia; penalidades para médicos, veterinários e arquitetos construtores; normas gerais para aluguel de imóveis rurais e urbanos; normas para os empréstimos de bens, para a escravidão,

---

[9] A Babilônia situa-se a 90 km ao Sul de Bagdad, no Iraque.

[10] Rosamund E. MACK, The Code of Hamurabi, edição do Ministério da Cultura e Informação do Iraque, em 1979. Como curiosidade, citamos alguns artigos deste código, traduzidos do inglês por este autor:

"(8)- Se um homem roubar um boi, ou cabrito, ou jumento, ou porco, ou barco, de propriedade de um deus ou de um palácio, ele será multado em 30 **fold**; se for propriedade de um homem comum ele pagará 10 **fold**; se o ladrão não tiver meios para o pagamento, ele será morto. (57-58)- Se um pastor, sem prévio acordo com um proprietário deixa seus animais pastarem em seu campo (...) então ele deve indenizá-lo com 20 **gur** de cereais por cada **bur** de pasto. (59)- Se um homem cortar uma árvore na plantação de outro, sem o conhecimento do proprietário, ele deve indenizá-lo com 1/2 **maneh** de prata. (64-65)- Se um homem entregar sua plantação para ser polinizada (...) ele deverá pagar 1/3 da colheita ao polinizador. (224-225)-Se um cirurgião veterinário fizer uma incisão profunda no corpo de um boi ou jumento e salvar-lhe a vida o proprietário deve remunerá-lo com 1/6 de uma peça de prata (...) e, se ele causar a morte do animal ele deverá pagar ao proprietário 1/5 do seu valor. (241)-Se um homem apropriar-se de um boi, por distração ou por azar, ele deverá pagar 1/3 de **maneh** de prata. (242)- Se um homem alugar um boi para reprodutor, ele pagará ao proprietário 4 **gur** de cereais por ano."

para o casamento, para o divórcio, para os financiamentos e para as garantias; regras para a utilização da água destinada à irrigação, etc."[11]

Os sumérios conheciam geometria, a raiz quadrada e a cúbica. Mas, não sabemos se usavam a proporção áurea. Pitágoras deve tê-la aprendido no Egito. Na Grécia foi largamente utilizada por arquitetos e escultores. O próprio Pitágoras usava como símbolo de sua escola o pentagrama, que é a estrela de 5 pontas formada pelas diagonais do pentágono regular (fig.8); e, no pentágono regular, as diagonais se seccionam mutuamente na proporção áurea; e estão na proporção áurea dos lados; são áureos os cinco pequenos triângulos correspondentes às 5 pontas do pentagrama; e a razão entre o lado do pentágono que circunscreve o pentagrama e o lado do pentágono interno, formado pelas diagonais, é igual a $\mathbf{\Phi^2}$. A escola pitagórica transformou o pentagrama em um símbolo místico. E escolheu o dodecaedro regular como sólido perfeito, porque se baseia na secção áurea.

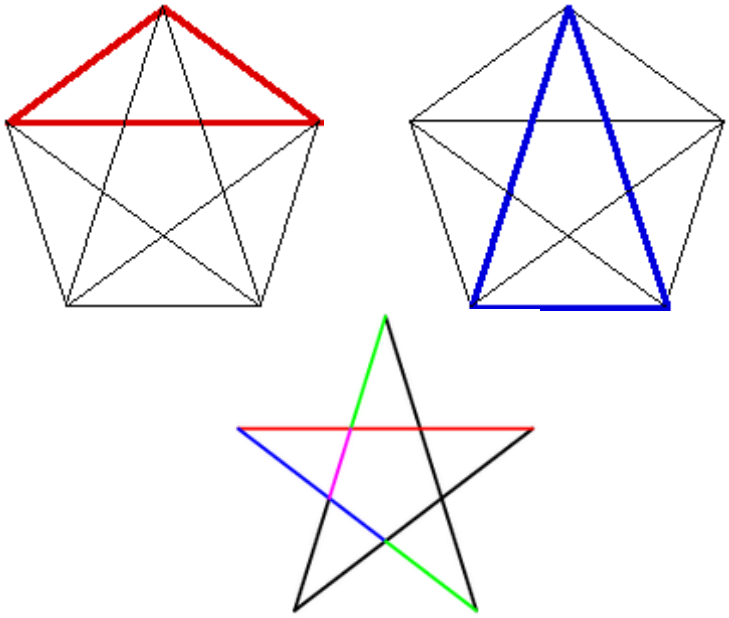


Fig. 8- O pentágono regular e suas diagonais; o triângulo áureo; o pentagrama[12]

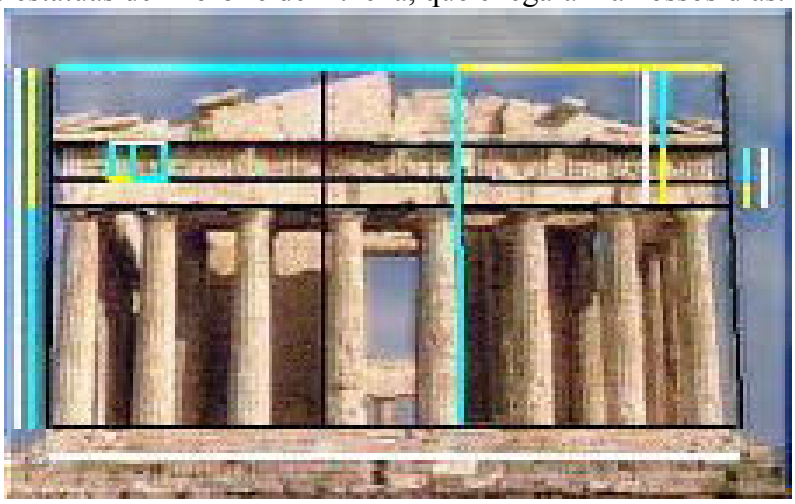
O pentagrama é, talvez, o símbolo mais usado no mundo: junto com o quarto crescente compõe o símbolo do islamismo, religião que conquistou a crença de 20% da população do Planeta; a bandeira da China possui 5 pentagramas; a dos Estados Unidos possui 50, pois são 50 estados americanos; a do Brasil possui 27 pentagramas, representando 27 estrelas, cada estrela representando um estado; na bandeira da Comunidade Européia cada pentagrama representa um país membro; a da Síria, a da Turquia, a da Venezuela e muitas outras portam este símbolo; mais: cada uma das moedas brasileiras atuais de 5, 10, 25, 50 centavos e de 1 real trazem 5 pentagramas; as moedas de dólar, de euro, de franco suíço, de lira turca e muitas outras também trazem esta marca que pode ser encontrada até no uniforme da Seleção Brasileira de Futebol.

---

[11] Fidencio Maciel de Freitas, Mãe África, Belo Horizonte, Memória Gráfica, 2002, pp. 166, 190 e 191.

[12] Carl Gustav Jung, (1875-1961), médico suíço, discípulo de Freud, um dois pais da psicologia e da psiquiatria, deixou inúmeros livros publicados, entre os quais, O Homem e seus Símbolos.

Fidias usou a divisão áurea em todo o Parthenon: na fachada frontal, na lateral e na projeção. Nas estátuas de Diofor e de Athena, que chegaram a nossos dias.



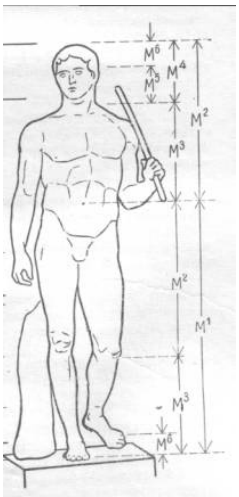


Fig. 9- O Parthenon e a estátua de Diofor

Euclides (360-295a.C.), pai da geometria, fundador da Biblioteca de Alexandria, idealizada por Ptolomeu, general de Alexandre, escreveu em seus "Elementos" que havia encontrado uma proporção que se repete na natureza. A esta proporção ele chamou de "média e extrema razão". Para construir graficamente a proporção áurea, Euclides usou o teorema de Pitágoras e um triângulo retângulo no qual um cateto mede o dobro do outro, como na fig. 1.

$AC/CB=(1+5^{1/2})/2=\mathbf{\Phi}=1,618033989...$

A civilização grega, há 2200 anos, já detinha enorme conhecimento.

Aristarco de Samos (320 a.C.- 250 a.C.), professor na escola de Alexandria, já ensinava que os planetas giram em torno do sol. E Eratóstenes (276.a.C – 194.a.C.), segundo diretor desta escola, mediu a circunferência da terra em 250.000 estádios, ou 41.675 km, nesta mesma época. Hoje, sabemos que, no Equador, a circunferência da terra mede 40.075km. O erro do astrônomo grego foi inferior a 4%.

-Você sabe como o sábio grego mediu a circunferência da terra?

Eratóstenes suspeitou que a terra fosse esférica e, com auxílio da trigonometria, mediu com engenhosidade e relativa precisão o perímetro da circunferência máxima.

Num dos rolos de papiro da Biblioteca de Alexandria, encontrou a informação de que na cidade de Syene (hoje Assuã), ao meio-dia do solistício de verão (o dia mais longo do ano, 21 de junho, no Hemisfério Norte), o sol se situava a prumo, pois iluminava as águas profundas de um poço. Entretanto, o geômetra observou que, no mesmo horário e dia, as colunas verticais da cidade de Alexandria projetavam uma sombra. Conforme concluiu, este fato só poderia ser possível se a Terra fosse esférica.

Aguardou o dia 21 de junho do ano seguinte e determinou que se instalasse uma grande estaca em Alexandria. Ao meio-dia, enquanto o sol iluminava as profundezas do poço em Syene (fazia ângulo de 90º com a superfície da terra), Eratóstenes verificou, em Alexandria, que o ângulo da sombra era de 7º12' (sete

graus e doze minutos), ou seja, exatamente 1/50 dos 360º de uma circunferência. Portanto, o comprimento do meridiano terrestre deveria ser 50 vezes a distância entre Alexandria e Syene[13].

Desta forma, um poço em Syene, localizado na linha imaginária do trópico de cancer, durante os solistício de verão, não fazia sombra ao meio dia, enquanto que em Alexandria nessa mesma data, a projeção da sombra do sol era inclinada 7º e 2/10 (sete graus e dois décimos ou sete graus e doze minutos) proporção essa que equivale a 1/50 da circunferência.

Para medi-la, Eratóstenes organizou uma equipe com os camelos e escravos a pé que seguiram em linha reta, percorrendo desertos, aclives, declives e tendo que, inclusive, atravessar o rio Nilo. A distância mensurada foi de 5.000 estádios (ou 833,5km). Assim, multiplicando 5.000 estádios por 50, concluiu que o perímetro da circunferência máxima da Terra deveria ser de 250.000 estádios (ou 41.675km, pois um estádio é equivalente a 166,7 metros).

Embora os gregos conhecessem até as dimensões da terra, não havia como escrever um número irracional de forma mais aproximada. Como exemplo, citamos Arquimedes[14], criador do número π (3,1415926535...): ele sabia que este número era igual a 3 mais um número entre 10/70 e 10/71. Já imaginou a dificuldade? Esta dificuldade só foi vencida quase mil anos depois, com a criação do sistema decimal.

Os algarismos indu-arábicos que hoje usamos, o zero, o sistema decimal e a álgebra., foram inventados por matemáticos árabes da Casa da Sabedoria, de Bagdad, cidade inaugurada pelo Califa Al Mansur em 832 d.C..

Com a destruição da Biblioteca de Alexandria, o Califa Al Mahmum, sucessor de Al Mansur, criou a Casa da Sabedoria, instituição científica onde passava as tardes a discutir filosofia, artes e assuntos ligados ao saber. As palavras farmácia, álgebra, algarismo e zero são árabes.

A Biblioteca de Alexandria foi, talvez, a primeira escola com professores pagos pelo Estado. Por lá passaram Euclides (primeiro Diretor), Erastóstenes (segundo diretor), Aristarco (ensinava que os planetas giram em torno do sol), Hiparco (criador da trigonometria), Galeno (médico), Apolônio (matemático), Diofanto (matemático), Ptolomeu (astrônomo), Arquimedes (criador do número PI) e muitos outros. Em 646 d.C. a Biblioteca de Alexandria foi destruída por um incêndio após 950 anos de funcionamento. Inicialmente, aprendi que a mais importante instituição científica da antiguidade teria sido destruída pelo conquistador árabe que tomara o Norte da África. Hoje, sabe-se que este conquistador não incendiou a Biblioteca. O incêndio pode ter sido acidental ou mesmo provocado pelos cristãos. A Igreja teria sido a grande inimiga da Biblioteca. Os bispos de Alexandria viam na instituição uma grande ameaça à religião. Santo Agostinho (354-430), nascido no Norte da África, estudara em Cartago, teria dito "de que vale o saber se o homem não salvar sua alma?". Em 390 d.C., a religião cristã foi adotada pelo Estado e, no ano 415, Hipácia, filósofa,

---

[13] Eratóstenes usou o teorema de Tales (de Mileto) para formular seu raciocínio: "duas paralelas cortadas por uma reta formam ângulos alternos internos iguais".

[14] Arquimedes, gênio da mecânica, formado na Biblioteca de Alexandria, é mais conhecido pelo princípio da hidrostática que leva seu nome. Calculou o (PI), o volume da esfera, inventou o odômetro com o qual o Império Romano marcou a milhagem em suas estradas, construiu inúmeras máquinas de guerra para a defesa de Siracusa, inclusive um canhão a vapor, e aperfeiçoou o relógio mecânico movido a água inventado por Tecídio, outro gênio de Alexandria.

matemática e astrônoma, então Diretora da Biblioteca, morreu linchada pela população cristã, inflada pelo Bispo São Cirilo[15] porque era pagã. Em 526, o imperador Justiniano, cristão, mandou fechar a escola de filosofia, parte da Biblioteca. Com o advento do islamismo, os cientistas migraram para o mundo árabe, que passara a cultivar o saber. Estes cientistas, dois séculos mais tarde, inventaram o sistema decimal e o zero, que foi adotado pela Igreja com os algarismos hindu-arábicos, pelo papa Silvestre II, que fora professor de matemática e que governou a Igreja de 999 a 1003. Este sistema de numeração pôs ordem na contabilidade da Igreja. Imediatamente adotado por Portugal e Espanha, o sistema decimal demorou uns 8 séculos para ser implantado em toda a Europa.

-Caro leitor, já pensou, uma mulher dirigindo uma grande e renomada escola pagã, numa época em que a religião cristã havia sido adotada por Constantino, o Grande, e seus sucessores, como religião oficial do estado? Os professores da Escola de Alexandria já sabiam, desde Aristarco e Eratóstenes, que a terra gira em torno do sol. E, 1185 anos depois de Hipácia, a Igreja queimou Giordano Bruno[16] e torturou Galileu porque ambos acreditavam que a terra girasse em torno do sol. De vez em quando, fico pensando na herança deixada por Alexandre, fundador de Alexandria. Na realidade, ele fundou 18 alexandrias. Uma, na Turquia, existe até hoje: chama-se Iskandiria, pois Iskander é Alexandre. Quando ele morreu na Babilônia, em 323 a.C., o general Ptolomeu, seu colega de infância e amigo íntimo, assumiu o trono egípcio e fundou a dinastia ptolomaica. Ptolomeu, como Alexandre, fora educado por Aristóteles em Pela, na Macedônia. Desta forma, a Biblioteca, que era mais escola do que biblioteca, foi criada sob influência do grande Aristóteles, o filósofo que educou Alexandre e seus amigos de juventude.

Ptolomeu I foi sucedido por 12 Ptolomeus e por 7 Cleópatras, até a época de Julio César, que conquistou o Egito em 48 a.C. Cleópatra VII, não era apenas uma mulher bonita. Era intelectual, educada na Biblioteca e, por sua influência, César modificou o calendário romano que possuía 10 meses no qual o mês de dezembro seria o décimo. César adotou o calendário egípcio fazendo o ano romano com 12 meses e 365 dias. Criou o mês de julho com seu nome. Ainda por influência de Cleópatra, foi criado o ano bissexto, com 366 dias, para acertar o calendário. Mais tarde, Otavius, conhecido como Augustus, que sucedeu a Julio César, batizou o mês de agosto com seu nome. Em 1582, o papa Gregório XIII reformou o calendário juliano criando o nosso calendário atual com **365 dias 5 horas 49 minutos e 12 segundos**, contando a partir do nascimento de Cristo e corrigindo erros acumulados do calendário anterior.

---

[15] Cirilo faleceu em 444. Foi Bispo e Patriarca de Alexandria. Considerado Doutor da Igreja e canonizado em 1882. Empreendeu enorme perseguição às comunidades judaicas e pagãs do Norte da África. Em 431, no terceiro concílio ecumênico, em Efeso, ganhou a disputa com Nestório, Patriarca de Constantinopla. Coube a Cirilo cumprir a sentença papal: Nestório foi excomungado juntamente com os seus bispos e houve o primeiro cisma da Igreja. Cirilo combateu os nestorianos com truculência. Houve perseguição e assassinatos.

[16] O monge Giordano Bruno, doutor em teologia, era um homem de espírito inquieto e rebelde. E. quando viu que não teria como escapar da fogueira da Inquisição, comandada pelo Cardeal Belarmino, dirigiu aos inquisidores palavras ofensivas a eles e à religião. Foi executado em Roma, em 17/02/1600, dia de seu 52^0 aniversário, após vários anos de julgamento, devidamente amordaçado para não ter como se dirigir à população. Galileu era amigo do PAPA. Mas, para escapar da execução teve que afirmar que o sol girava em torno da terra. Foi condenado a prisão perpétua, domiciliar. Adoeceu e morreu devido às torturas sofridas no cárcere.

O ano persa também foi copiado do ano solar egípcio em 525 a.C., quando o sucessor de Ciro II, Cambises II, rei da Pérsia, conquistou o Egito. Para corrigir pequenos erros deste calendário tão antigo, em 1925 os persas o reformaram[17], tornando-o o mais exato calendário solar da atualidade.

Esta Biblioteca, ou esta universidade, criada por Alexandre/Ptolomeu, é a mãe do heliocentrismo, a avó do sistema decimal, do número zero, dos algarismos usados hoje. E, durante quase 1000 anos, foi a melhor e mais famosa escola do mundo. Por tudo isto, nada mais justo do que chamar Alexandre de O Grande. Aos 20 anos, quando assumiu o trono, ele era treinado em lutas marciais e conhecia toda a ciência e a filosofia ensinadas em seu tempo pelos grandes gregos. Morto prematuramente aos 32 anos, ele plantou cultura. Escrevia muito bem, coisa que, via de regra, os reis antigos não sabiam fazer. Por meio de suas conquistas, ele promoveu a fusão do conhecimento grego com o egípcio e com o persa. Da Babilônia, Euclides, seu amigo, trouxe grande parte da geometria escrita nos "ELEMENTOS", inclusive os casos de semelhança de triângulos, já escritos na Suméria, em caracteres cuneiformes, 17 séculos antes[18]. A conquista da Pérsia trouxe uma infinidade de palavras para o idioma grego que migraram até nossas línguas: "qui é"? em persa significa "quem é"?"Merci", significa obrigado; "doktar", significa "filha", "daughter", em inglês; "maradar", significa "mãe", mother; mord significa morto, etc.[19] O farsi tem mais semelhança com o português do que o idioma árabe.

---

[17] Em 1991, em Teerã, assisti a uma reunião na qual se discutiu, entre outros assuntos, o cronograma de implantação da barragem de Karun III, obra para 5 anos de trabalho. Em volta da mesa, a autoridade iraniana para construção de barragens, a grande construtora brasileira para a qual eu trabalhava e suas associadas: uma gigante alemã, fabricante de equipamentos elétricos, e uma russa, fabricante de equipamentos mecânicos. Nosso associado russo fez ao cliente iraniano a seguinte pergunta: "que calendário vamos seguir"? O cliente respondeu prontamente: "o calendário persa, é claro". Depois de refletir um momento, emendou: "as datas santificadas serão observadas de acordo com o calendário islâmico". O representante russo ressalvou que eles guardariam o NATAL pelo calendário ortodóxico, que corresponderia ao dia 6 de janeiro. E os brasileiros pediram para guardar o NATAL em 25 de dezembro do gregoriano. Foi necessário por tudo isto em um programa de computador para compatibilizar os dias-santos. O calendário persa é solar (calendário de Cambises II, reformado em 1925). O ANO NOVO é no nosso mês de março, na mudança da estação, e os doze meses não coincidem com os de outros calendários. O calendário islâmico é lunar, de 52 luas (354 dias), não havendo nenhuma relação com o ano solar e a data mais importante a ser guardada se refere ao sacrifício de Abraão. Só mesmo um programa de computador para descobrir e conciliar os opostos.

[18] Quando eu morava em Bagdad, de 1982 a 1986, havia no museu da cidade o "tijolinho da geometria": era um tijolinho de argila, de, mais ou menos 15cm por 10cm, descrevendo casos de semelhança de triângulos, em escrita cuneiforme, com datação de 2000 a.C., ou seja, 17 séculos antes de Euclides. Na Mesopotâmia, o tijolinho de argila era usado porque não conheciam o papiro. A carta era muito interessante: o destinatário recebia a "carta", que trazia o "selo" de barro com a insígnia do remetente; quebrava-se o envelope de argila, limpava-se, e se descobria o texto escrito na camada inferior, em caracteres cuneiformes. Nas lições escolares de minhas filhas, por volta de 1985, observei que a Bagdad International School, nas aulas de cultura, ensinava às crianças noções desta escrita cuneiforme. Usava-se um pequeno carimbo para "escrever" as cunhas nas diversas posições.

[19] O farsi, ou persa, tem mais semelhança com o português do que o idioma árabe. É uma língua de origem sânscrita, muito antiga, que teve grande influência sobre o grego, a partir da conquista macedônia.

Alexandre mudou o mundo e após a conquista da Pérsia tudo passou a ser possível.

Pode-se dizer que o império persa era infinitamente maior do que o pequeno reino da Macedônia. Daí a grandeza da conquista de Alexandre. Em poucas palavras, a história deste império vastíssimo pode ser assim resumida.
No Irã, entre muitas tribos, destacavam-se dois pequenos reinos: o da Pérsia e o da Média. Astíage, rei da Média, não tinha filhos varões que pudessem sucedê-lo. Nem queria ter sucessores que pudessem ameaçá-lo. Assim, casou sua filha mais velha com um príncipe persa, imaginando que um possível neto persa jamais pudesse cobiçar o trono da Média, porque eram povos rivais. E nasceu Ciro, que se revelou um gênio desde tenra idade. Astíage, sentindo-se ameaçado por este menino prodígio, encomendou a um colaborador o seu assassinato. Mas o crime encomendado não se realizou. Esconderam o menino nas montanhas, onde foi criado longe do avô[20]. Quando Ciro atingiu a maioridade, assumiu o trono da Pérsia e subjugou a Média, unindo os dois reinos. Em seguida, conquistou a Babilônia, a Síria, a Armênia, o Turquestão e a Palestina, fundando o grandioso império persa. Da Babilônia trouxe o aramaico que era uma língua escrita com 320 sílabas. Fez a simplificação da escrita e um alfabeto de 36 letras foi criado. E o aramaico passou a ser a língua oficial do império, composto por pequenas tribos falando uma infinidade de diferentes idiomas ágrafos. Um código de leis foi editado e as ordens reais passaram a ser escritas. Ciro (na linhagem persa, Ciro II) libertou os judeus, que estavam em cativeiro na Babilônoia desde 597 a.C., ano em que Nabucodonosor conquistara Israel. Repatriou os israelitas[21] a os ajudou na reconstrução do templo de Salomão, destruído pelo conquistador sumério. Governou de 559 a 529 a.C.. Foi sucedido por Cambises II que conquistou o Egito por volta de 526 a.C., de onde trouxe o ano solar que ainda hoje subsiste no Irã. Dario I sucedeu a Cambises II e governou de 521 a 486 a.C.; conquistou a Lídia e a Anatólia. Depois veio Xerxes I, Artaxerxes I, Xerxes II, Dario II, Artaxerxes II, Artaxerxes III e Dario III, vencido por Alexandre em campanha que durou de 333 a 330 a.C. A consolidação deste grande império é devida a 3 soberanos que fizeram grandes conquistas bélicas e administraram[22] sucessivamente: Ciro II, o Grande, Cambises II e Dario I. E a lei escrita foi fator determinante na organização do império, que se estendia até o hindus. Antes de Ciro, sem a escrita, muito pouco se conhece da história persa.

Ficam as perguntas:

-Por que Alexandre teve tanto sucesso, apesar de ter vivido apenas 32 anos?

Residindo em Teerã, contratei um professor de língua e cultura persa que me fez constatar a enorme semelhança desta língua com a nossa, não obstante a utilização do alfabeto árabe acrescido de 4 letras.

[20]Muitos anos depois, Astíage descobriu que seu neto não tinha sido assassinado. E, para se vingar do colaborador que o havia traído, em uma grande festa serviu como repasto o filho deste colaborador, fazendo com que o pai atemorizado comesse da carne do próprio rebento.

[21]A maioria dos judeus libertados por Ciro do cativeiro na Babilônia retornou a Israel. Mas alguns permaneceram na Mesopotâmia. A Babilônia era uma cidade riquíssima sobre um solo muito fértil e Ciro não a destruiu. Estes judeus da Babilônia criaram a primeira casa bancária que se tem notícia. São conhecidos 150 anos de contabilidade deste banco que já usava a carta de fiança. KELLER, Werner, E a Bíblia Tinha Razão, Editora Melhoramentos, São Paulo, 15ª edição.

[22] Na consolidação do império, Ciro editou uma severa e curiosa lei contra corrupção: o administrador corrupto seria esfolado; retirada sua pele, com a mesma se confeccionava a cadeira de despachos na qual deveria sentar seu sucessor.

-Por que ele conseguiu bater o exército de Dario III, 6 vezes maior do que o macedônio? Qual foi a tática utilizada?

-O quê pensava Alexandre? Como agia?

Até os 20, ele se esmerou, com todos os seus colegas de adolescência, em artes marciais e estratégia militar. E foi primorosamente educado por Aristóteles, contratado pelo pai para este fim. Aprendeu tudo que o grande filósofo sabia. Foi muito bem formado para suceder o pai com o sonho impossível de conquistar a Pérsia, que representava 4/5 do mundo então conhecido. Ou seja, ele se preparou para realizar os seus sonhos.

Aos 20 anos, assumiu o trono devido ao assassinato do pai, Felipe II. Como herança, recebeu um exército profissional[23], que o pai levara uma vida para organizar Aos 25, já tinha conquistado o Egito, que era uma possessão persa, e vencido Dario III.. Para ele, a conquista da Pérsia significou a eterna glória pelo grande desafio bélico e pelos imensos ganhos materiais e culturais.

Estratégia

Com 40 mil comandados Alexandre sabia que não tinha condições de vencer frente a frente o exército iraniano de 240 mil combatentes. Todos os generais o aconselharam a desistir. Mas ele percebeu que só precisava capturar o rei, pois se assim fizesse, o exército persa sairia em debandada. E, para capturar o rei, bastavam alguns homens que o emboscassem pela retaguarda. Enquanto o exército principal atraía Dario para um ponto, um general macedônio com 5 mil homens surpreendia o rei persa pelas costas, em uma manobra considerada impossível por ser muito ousada. Ele identificara e atingira o ponto fraco do inimigo[24]. E Dario fugiu para o Norte. Alexandre foi alcançá-lo perto da fronteira da China, onde foi assassinado por seus comandados.

O sonho de Alexandre

---

[23]As grandes campanhas militares sempre trouxeram uma nova arma. Assim, os hititas desenvolveram a fabricação do ferro, fabricaram armas e conquistaram os povos vizinhos; chegaram a ameaçar o poderoso faraó Ramsés II, por vota de 1300 a.C.; o museu da cidade de Ankara, capital da Turquia, centro da nação hitita, possui grande coleção destas armas de ferro; os macedônios desenvolveram a **zarissa**, uma lança muito comprida usada pelos infantes que barrava a cavalaria; esta lança fez a diferença contra os persas; os romanos usavam uma espada curta de 2 gumes, *gladius hispaniensis*, que não quebrava: era uma espada muito confiável; mais tarde, os árabes usaram a espada de Damasco, uma arma longa, não quebrável, que também fez a diferença; no século XIII, o forte de Gengis Khan era a cavalaria, que usava o estribo, dando sustentação ao cavaleiro; dizem que cada cavaleiro tinha 5 cavalos; por isto se deslocavam com muita velocidade; o estribo não é uma arma, mas um poderoso utensílio que dá estabilidade ao cavaleiro.

[24] Dario III era um homem de enorme crueldade: havia matado um filho com uma flechada; tinha matado uma irmã grávida com um chute no ventre; fizera enterrar vivos 7 pessoas influentes de sua corte; não era amado nem por seus familiares; combatia protegido, atrás das fileiras, e era temido em todo o império. Contrariamente, o grande macedônio combatia à frente e era idolatrado por seus comandados. O exército persa combatia por medo ou por dinheiro. O macedônio lutava por amor e glória.
Alexandre percebeu este ponto fraco de Dario e apostou nele. E o rei persa em fuga foi assassinado por Bessus, um sátrapa do Norte.

O sonho deste grande homem era unificar todas as nações do mundo e difundir a cultura helênica, educando os povos que viviam na barbárie, libertando-os da escravidão da ignorância.

Como agia

Agia com audácia, coragem e com grandeza, sem trucidar os pequenos reis vencidos.[25]

Como ninguém é perfeito, o conquistador macedônio cometeu dois erros irreparáveis:

-em Persépolis, capital do império de Dario, Alexandre queimou o templo e as escrituras sagradas do zoroastrismo, religião oficial, na tentativa de destruir a crença daquele povo; com esta atitude, até os dias de hoje, o conquistador é considerado o espírito do demônio por tribos do interior que conservam a tradição; eles dizem que ele possuía 2 pequenos chifres sob a cabeleira; foi odiado pelos persas e a religião não desapareceu;

-após a grande conquista, o rei macedônio não tinha um plano de administração para o império conquistado; os generais se dividiram, houve rebelião e repressão; ele deveria ter negociado com seus comandados.um plano aceitável; devido à repressão, passou a ser odiado por muitos e foi assassinado.

Com a morte prematura de Alexandre, o império macedônio não se consolidou, sendo dividido em 4 reinos: um na Macedônia, em Pela; um no Egito, em Alexandria; um na Síria e outro na Babilônia. Mais tarde, assistiu-se a formação do Império Romano, que conquistou paulatinamente a Macedônia, a Grécia, o Egito, o Norte da África, a Síria e chegou até a Babilônia, na época de Trajano. Conquistou e colonizou a Hispânia, a Lusitânia, a Gália, a Helvécia, a Germânia, a Bretânia, a Dácia e toda a região da Anatólia até o Bósforo. Mas não penetrou na Pérsia.

Entretanto, os grandes sonhos não morrem. Eles são revitalizados e reaparecem de forma diferente em épocas posteriores. Assim, em 2003, foi inaugurada a nova Biblioteca de Alexandria[26], com a construção de um edifício monumental. Pretende ser a super-biblioteca cibernética do século XXI.

> "A construção demorou sete anos e a ideia nasceu em 1974. Os principais financiadores da instituição foram a UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura) e o governo egípcio e o custo total da obra rondou os 200 milhões de euros. A atual biblioteca pretende ser um dos centros de conhecimento mais importantes do mundo. A estrutura, que tem o nome oficial de Bibliotheca Alexandrina, integra, para além da principal, quatro bibliotecas especializadas, laboratórios, um planetário, um museu de ciências, um de caligrafia e uma sala de congresso e de exposições. O telhado de vidro e alumínio tem quase o tamanho de dois campos de futebol. O teto da biblioteca é um disco com 160 metros de diâmetro reclinado, que parece em parte enterrado no solo. Ele é provido de

---

[25] Gosto muito desta lição. Quando o problema que enfrentamos é muito grande, lembro de Alexandre: temos que fazer o impossível! E o impossível pode ser realizado, porque impossível é aquela solução oculta... na qual as pessoas não acreditam por se mostrar tão evidente. Assim, um exército de 40 mil venceu um de 240 mil combatentes. Muita coragem, ousadia, muito preparo pessoal e profissionalismo dos comandados.

[26] www.bibalex.gov.eg

clarabóias, voltadas para o norte, que iluminam a sala de leitura principal. Os espaços públicos principais ficam no enorme cilindro com o topo inclinado, cuja parte inferior desce abaixo do nível do mar. A superfície inclinada e brilhante do telhado começa no subsolo e chega a 30 metros de altura. Olhando à distância, quando a luz do sol reflete nessa superfície metálica, a construção parece o próprio sol quando nasce no horizonte. A entrada é pelo Triângulo de Calímaco, uma varanda de vidro triangular, assim chamada em homenagem ao sábio que sistematizou os 500 mil livros da antiga biblioteca".

Fig.10- Ruínas da antiga Biblioteca de Alexandria

Fig. 11- Fotos da moderna Biblioteca de Alexandria

4- A Casa da Sabedoria e o Sistema Decimal

Com a queda do Império Romano, com a destruição da famosa Biblioteca em 646, ano em que Alexandria caiu sob domínio árabe, os cientistas ficaram sem teto. Mas os árabes em poucos anos conquistaram da península Ibérica à Índia, formando um império maior do que todos os impérios anteriores. Eles não ocuparam nem a Bretanha, nem a Gália, nem a Itália. Mas conquistaram grande parte da Índia, toda a Pérsia (até Samarcanda, no Uzbequistão); toda a Arábia, todo o Norte da África até o Marrocos; ocuparam a Catalunha de forma magistral; conquistaram de Israel a Istambul. E, no século VIII, Al Mansur escolheu um local estratégico para fundar a cidade que se transformaria na maior cidade do mundo, Bagdad, com um milhão de habitantes, vinte vezes a população de Roma na mesma época (acho o número exagerado!). O objetivo de Al Mansur era dominar o comércio Oriente/Ocidente. Bagdad estava na rota comercial, com bom clima, muita água, terra fértil. Foi construída em 3 anos. E, em 832, Al Mahmum, seu sucessor, muçulmano nascido na Pérsia, que era um sábio, criou a Casa da Sabedoria, nos moldes da Biblioteca de Alexandria, mas muito maior. Reuniu sábios da Grécia, do Egito, da Pérsia, da Índia e todo o conhecimento disponível foi traduzido para o árabe que se tornou uma língua de cultura.[27] Al Mahmum habituou-se a se dirigir à

[27] O árabe foi sistematizado para a escrita do Corão e dos textos científicos da Casa da Sabedoria, passando a ser uma língua de cultura. O francês começou a ser escrito a partir de 1180; o português, a partir de 1250, com os trovadores; o inglês, um século mais tarde; o italiano veio com Dante, na Divina Comédia; o espanhol com Lope de Veja; e o alemão foi

Casa da Sabedoria para passar o dia: lá, tomava seus banhos aromáticos, almoçava e passava as tardes debatendo assuntos científicos e filosóficos. Nesta Casa nasceu a farmácia (palavra árabe), o sistema decimal, o zero (palavra árabe), a álgebra (palavra árabe) e os algarismos ditos arábicos.

> **Abū ‘Abd Allāh Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī** (árabe: أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي) Nasceu em 780, em Khiva, atual Uzbequistão; morreu em Bagdad, em 850. Foi matemático, astrônomo, astrólogo e geógrafo. Conhecem-se poucos detalhes de sua vida. É considerado o pai da álgebra. Propôs o sistema de numeração dito hindu-árabe usado atualmente. A palavra algarismo vem de seu nome: al-Khwārizmī.

Nesta época, as grandes universidade eram árabes: estavam em Córdoba ("O mundo é sustentado por quatro pilares: a sabedoria do instruído, a justiça do grande, as orações dos virtuosos, e o valor do bravo.") em Bagdad, Damasco e na Pérsia.

A Igreja proibia a dissecação de cadáveres, mas o islamismo o permitia para fins científicos. Em 1250, a universidade islâmica de Córdoba fez publicar um enorme manual de medicina, que substituiu o de Galeno (131-200d.C.).

> Cláudio Galeno, médico, nascido em Palermo, grande cirurgião formado na Escola de Alexandria, tratava do Imperador Marco Aurelio, da elite romana e dos gladiadores do Coliseu. Estes gladiadores eram grandes celebridades que ganhavam em um dia o que um legionário romano ganhava em um ano. Galeno tinha o hábito de escrever seus procedimentos e pesquisas. Possuía sofisticado instrumental cirúrgico hoje conservado em museus italianos. “Por volta de 170, Galeno realizou uma experiência que iria mudar o curso da medicina: demonstrou pela primeira vez que as artérias conduzem sangue e não ar, como até então se acreditava. No campo da anatomia, Galeno distinguiu os ossos com e sem cavidade medular. Descreveu a caixa craniana e o sistema muscular. Pesquisou os nervos do crânio e reconheceu os raquidianos, os cervicais, os recorrentes e uma parte do sistema simpático. Galeno também foi o primeiro a demonstrar (baseado em experiências) que o rim é um órgão excretor de urina.”

Ao contrário de Santo Agostinho, Maomé (570-632) incentivou o saber, apesar de analfabeto. E o islamismo não fundamentalista não perseguia cristãos nem judeus. Na Espanha foram relatados casos em que os islâmicos rezavam às sextas, os judeus aos sábados e os cristãos aos domingos no mesmo templo (Acho meio exagerado!). Mas, com a vitória sobre os muçulmanos em 1492, Isabel e Fernando, os reis católicos, expulsaram da Espanha os judeus[28] e os islâmicos. Quem não fugiu foi obrigado à religião católica. Quem foi batizado

---

usado por Lutero para escrever a Bíblia, primeiro livro impresso por Gutemberg. Antes do Renascimento, na Europa a língua de cultura era o latim.

[28] Grande parte dos judeus fugiu para Istambul, terra islâmica, onde o Sultão otomano não os perseguia. Até hoje existem placas de comércio nas ruas de Istambul com nomes ibéricos: Samaniego, Gonçalez, Alvarez...A partir de 1915, com a Primeira Guerra Mundial, muitos comerciantes judeus de origem ibérica radicados na Turquia imigraram para o Brasil e para a Argentina. Alguns judeus “turcos”, ou íberos, estabelecidos no Rio e em Buenos Aires, ainda guardam o espanhol arcaico como língua materna. E levaram de Buenos Aires para Ankara, capital da Turquia, o tango argentino; porem elaborado por compositores turcos, cantado por cantores locais, que ainda pude ouvir em 1985, naquela cidade oriental, antiga capital do povo hitita. Muito interessante esta mistura cultural possibilitada por fluxos migratórios judaicos. De forma semelhante, quando os holandeses foram expulsos do Nordeste brasileiro, no final

passou a ser chamado de cristão novo. A intolerância religiosa por parte da Igreja passara a ser a sua característica mais importante. Nas principais datas cristãs era obrigatória a presença dos fiéis nas missas e ofícios religiosos sob pena de cadeia e de pesadas multas. Muito mais tarde, no século XVIII, em Ouro Preto ainda era assim[29].

Vamos voltar ao mundo árabe. Bagdad foi destruída por Gengis Khan no século XIII. O grande Khan, que chamava-se Termudjin (1162-1227), o unificador da Mongólia, varreu grande parte do mundo com sua cavalaria. Dizem que cada soldado tinha 5 cavalos. E que o exército veio da Mongólia a galope. Ouvi que trouxeram à Europa um utensílio importantíssimo: o estribo que se usa na sela, caso contrário não teriam tido a cavalaria que tiveram. Mas, Gengis Khan era apenas um gênio político-militar, muito inferior a Alexandre.

5-O Arquiteto Vitrúvio e a Proporção Áurea

No século I a.C., o engenheiro e arquiteto romano Marcos Vitruvio Polião publicou, em 10 volumes, um grande manual de engenharia e arquitetura, *De Architectura*, no qual desenha o homem vitruviano[30], aquela figura humana de braços abertos, mostrando a proporção áurea no corpo humano.

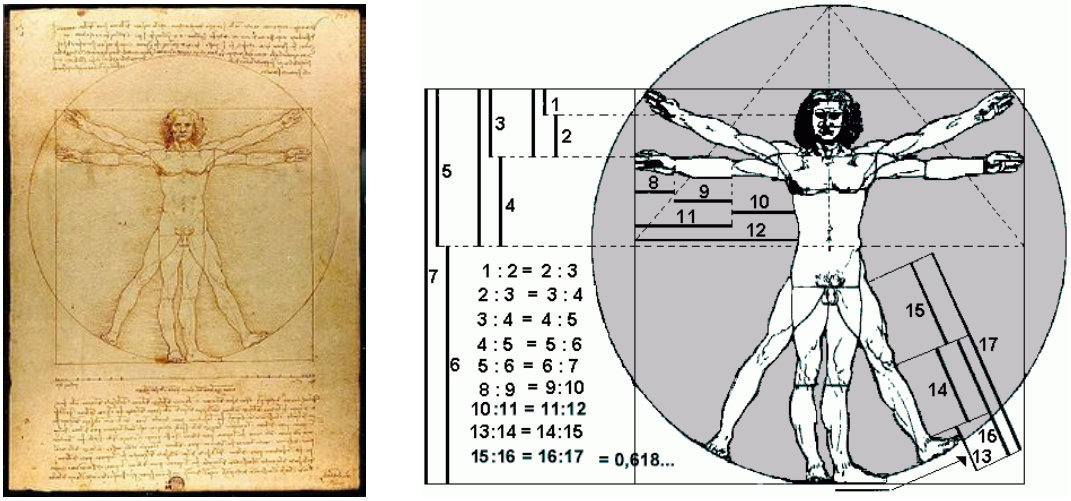


Fig. 12- O homem de Vitrúvio

A influência de Vitruvio foi muito grande entre os arquitetos medievais. A catedral Notre Dame de Paris teve sua pedra fundamental instalada pelo papa Alexandre III em 1.163. Veja a divisão áurea mostrada na fachada frontal.

---

do século XVII, os judeus trazidos por Nassau migraram para Nova York. No Brasil não teriam chance de sobreviver devido à perseguição católica.

[29] No Brasil colonial, para a procissão de *Corpus Christi* os fiéis enfeitavam as calçadas, os parapeitos das janelas e balcões com flores e toalhas rendadas, se confessavam e eram obrigados à missa, sob pena de prisão e de pesadas multas pecuniárias.

[30] www.mat.uel.br/geometrica

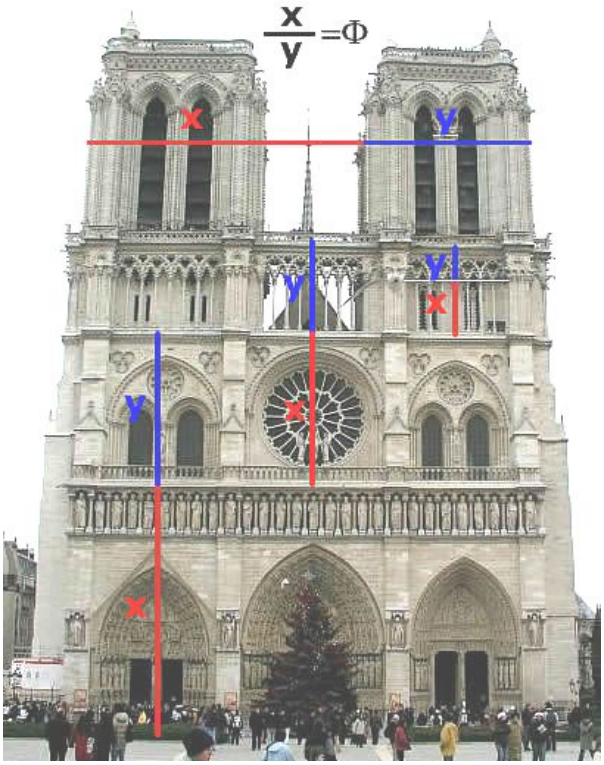


Fig. 13- A catedral de Notre Dame de Paris

Ao tentar resolver o problema da reprodução de coelhos, no século XIII, o matemático Leonardo Fibonacci (1175-1223) criou a série numérica hoje conhecida como série de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...definida da seguinte forma:
-o número "n" da série é igual à soma dos dois anteriores;
-o limite de (n/n-1) =1,618033989... número áureo, quando "n" tende para infinito.

No século XIX, o matemático francês Jacques Philippe Marie Binet deduziu a fórmula que permite encontrar o enésimo número da série de Fibonacci sem a necessidade de se conhecer os números anteriores. A fórmula de Binet depende exclusivamente do número áureo:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right] \quad = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[(\phi)^n - \left(\frac{-1}{\phi}\right)^n\right]$$

E os botânicos descobriram que esta a série numérica rege a brotação das folhas em milhares de plantas e a seqüência de pétalas nas flores (2,3,5,8,13,21...).

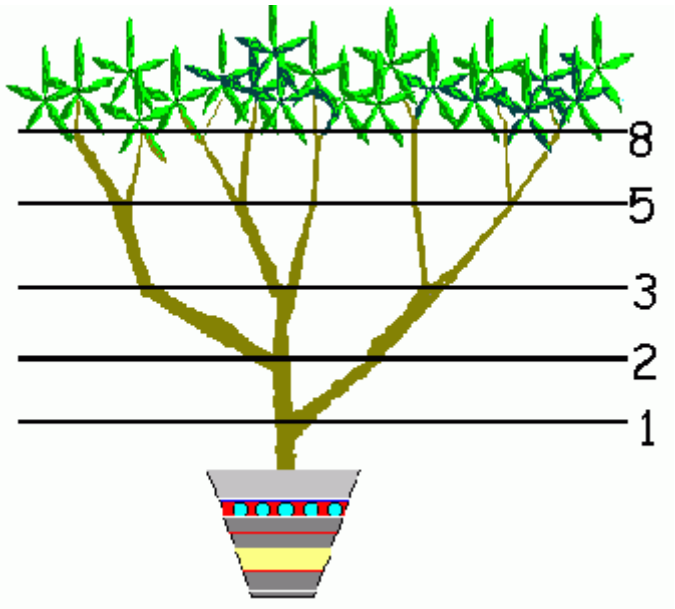


Fig. 14- A sequência de Fibonacci

Leonardo Pisano Fibonacci, três séculos depois de Mūsā **al-Khwārizmī,** em seu livro Liber Abaci, "mostrou a oportunidade prática do novo sistema numeral, aplicando-o em contabilidade comercial, conversão de pesos e medidas, cálculo de percentagens e câmbio. O livro foi aceito com entusiasmo pela Europa educada e teve profundo efeito no pensamento europeu. Este elegante sistema de sinais numéricos, substituiu o não mais oportuno sistema de algarismos romanos". Fibonacci era filho de um rico comerciante italiano que fazia comércio com países árabes, daí seu aprendizado.

6- O Renascimento e a Divina Proporção

Juntamente com a queda do domínio árabe na Espanha, veio o Renascimento. E este movimento trouxe de volta toda a sabedoria das escolas gregas, da Biblioteca e da Casa da Sabedoria. Leonardo e amigos resgataram todo o saber egípcio/persa/grego/romano/árabe. Usaram e abusaram da proporção áurea nas artes da Renascença.

Em 1509, o monge Luca Paccioli[31] publicou o livro A Divina Proporção, com ilustrações de Leonardo da Vinci (1452-1519). Neste livro Paccioli diviniza a proporção áurea ligando-a ao Criador. Novamente o misticismo deificando um princípio matemático, como o fez Pitágoras.

Leonardo, talvez o gênio mais completo que o mundo já teve, foi o precursor da asa delta, do helicóptero, do submarino, das atuais roupas de mergulho; foi, também, um grande artista: pintor e desenhista. Leonardo construiu e voou em uma asa delta que funcionou muito bem há 500 anos.

O "homem de Leonardo" é aquela figura que traz um homem de braços abertos, presente nos manuais de arquitetura modernos, na qual é mostrada a proporção áurea no corpo inteiro, no rosto, nos membros superiores, nos membros inferiores, nos dedos, nos artelhos etc.
A figura 15 é baseada no "homem de Leonardo". Observe como a razão áurea aparece no corpo humano.

[31] Lucca Paccioli dizia que sem a matemática não existe a arte.

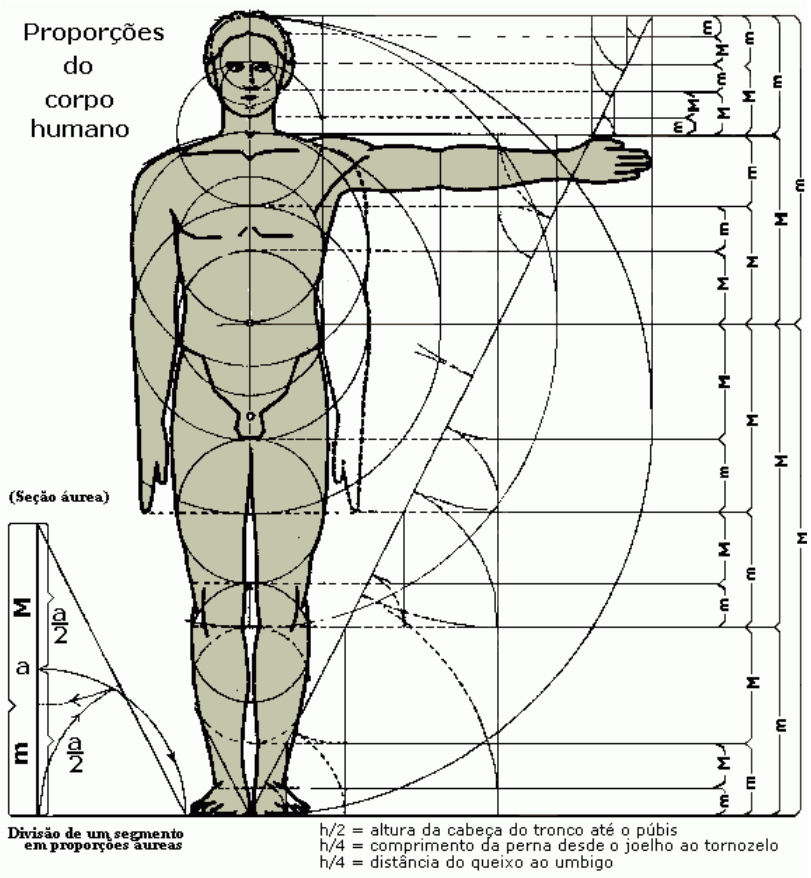
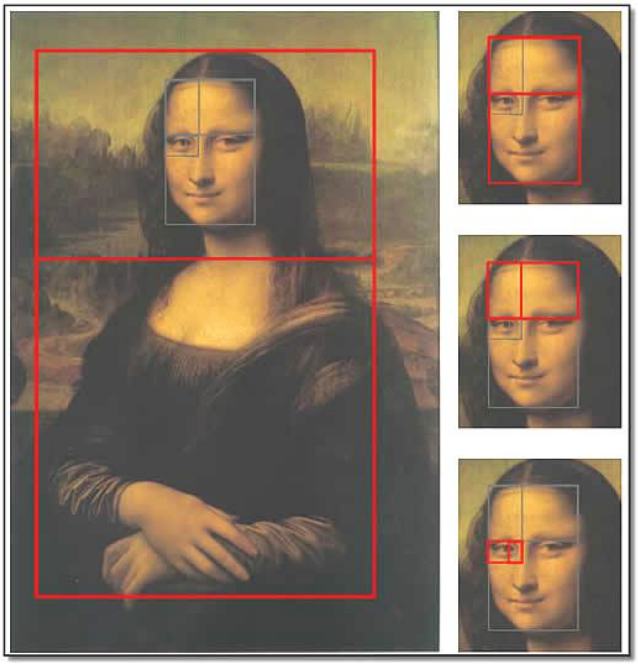


Fig. 15- O homem e a proporção áurea

Mostramos abaixo a Mona Lisa e a Santa Ceia, de Leonardo, com a divina proporção assinaladas.



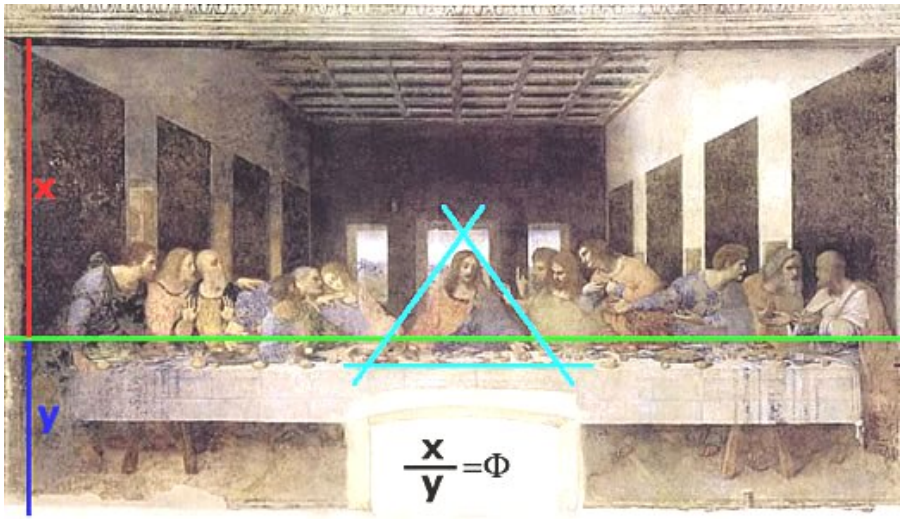


Fig. 16- A Mona Lisa e a Santa Ceia, de Leonardo

O famoso astrônomo Johannes Kepler (1571-1630), autor das 3 leis que regem o sistema solar, era fascinado com a proporção áurea. Dizia que a geometria possui 2 grandes tesouros: um é o teorema de Pitágoras; o outro é a proporção áurea. "Se o teorema de Pitágoras pode ser comparado ao ouro da matemática, a proporção áurea pode ser comparada a uma pedra preciosa". Ele era obsecado pela idéia de que as órbitas planetárias seriam circulares. O universo é perfeito, portanto, as órbitas teriam que ser circulares para refletir esta perfeição. Mas, analisando as medições de Tycho Brahe, realizadas entre1580 e 1600 na órbita de marte, caiu em depressão ao concluir que as órbitas são elípticas, com o sol em um dos focos. Ele já tinha elaborado para o sistema solar um modelo baseado em órbitas circulares, seguindo a proporção áurea, que não correspondeu à realidade. Ficou deprimido. Mas inaugurou a ciência moderna baseada na observação. Escreveu um livro de ficção científica intitulado SOMNIUM (O Sonho), no qual descreve uma viagem à lua.

Para os curiosos, as três leis do sistema solar são:

-os planetas giram em torno do sol descrevendo órbitas elípticas nas quais o sol ocupa um dos focos;

-os raios vetores (virtuais) que unem um planeta ao sol percorrem áreas equivalentes em tempos iguais;

-os quadrados dos tempos das revoluções dos planetas são proporcionais aos cubos de suas distâncias médias ao sol; esta constante de proporcionalidade vale para todos os planetas do sistema solar.

Quando Kepler enunciou estas 3 leis[32], a Inquisição estava queimando todo mundo que acreditasse que a terra se movesse em torno do sol. Já tinha queimado Giordano Bruno por este motivo, em 17/02/1600, no dia em que este doutor em teologia estaria fazendo 52 anos. Como ele era luterano e morava em Praga, estava fora do alcance da IGREJA. O próprio Copérnico (1473-1543), que influenciara Kepler, só autorizou a publicação de seu livro sobre o sistema heliocêntrico quando já se encontrava à morte, para não sofrer as agruras infligidas pela Inquisição.

A proporção áurea, além de homens de ciência, foi muito usada por arquitetos, paisagistas, escultores, desenhistas e pintores.

Abaixo, mostramos o Taj Mahal[33], obra de 1632, marcado por retângulos áureos. Mausoléu situado em Agra, é o mais conhecido monumento da Índia. Encontra-se classificado pela UNESCO como Património da Humanidade. Foi recentemente anunciado como uma das Novas Sete Maravilhas do Mundo Moderno em uma celebração em Lisboa no dia 7 de Julho de 2007.

---

[32] http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/celeste/kepler/kepler.htm
Ler textos de Prof. Everton G. Santana

[33] http://pt.wikipedia.org . A obra foi feita entre 1630 e 1652 com a força de cerca de 22 mil homens, trazidos de várias cidades do Oriente, para trabalhar no suntuoso monumento de mármore branco que o imperador Shah Jahan mandou construir em memória de sua esposa favorita, Aryumand Banu Begam, a quem chamava de Mumtaz Mahal ("A jóia do palácio"). Ela morreu após dar à luz o 14º filho, tendo o Taj Mahal sido construído sobre seu túmulo, junto ao rio Yamuna. Assim, o Taj Mahal é também conhecido como a maior prova de amor do mundo, contendo inscrições retiradas do Corão. É incrustado com pedras semipreciosas, tais como o lápis-lazúli entre outras. A sua cúpula é costurada com fios de ouro. O edifício é flanqueado por duas mesquitas e cercado por quatro minaretes.

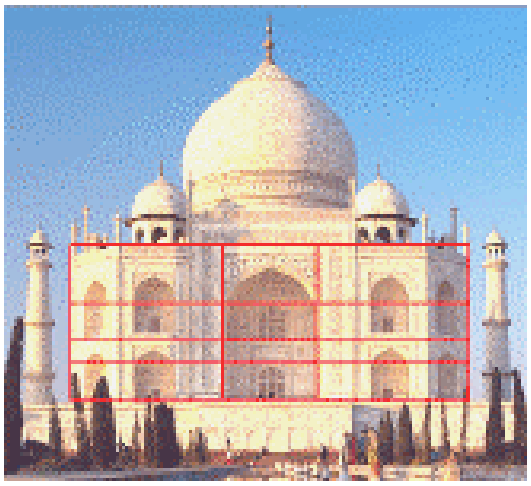


Fig. 17- O Taj Mahal

7- Bach e a Secção Áurea

Até a época de Johann Sebastian Bach (1685-1750), considerado o pai da música, eram usadas diferentes escalas musicais. Mas Bach escreveu toda a sua grandiosa obra usando "a escala bem temperada"e, a partir daí, praticamente toda a música atual se baseia nesta escala.

> "Com o desenvolvimento da música, utilizando-se modulação e transposição, tornou-se necessária a adequação da escala musical. Embora várias idéias tenham sido apresentadas, a escala musical que solucionou de forma mais satisfatória todos os problemas das anteriores foi a *escala igualmente temperada* ou, simplesmente, *escala temperada,* proposta em 1691 por **Andreas Werkmeister...**. Ela possui como característica fundamental o fato da relação matemática entre as freqüências de notas de um mesmo intervalo ser sempre igual, ou seja, a proporção entre as freqüências de duas notas distantes uma da outra de um semitom é sempre a mesma não importando quais notas sejam (ex: C e C# ou G e G#)." "Nesta, a relação entre as freqüências das notas Dó e Sol (quinta), por exemplo, é igual a relação entre as freqüências da quinta formada por Ré # e Lá #, da mesma forma que a relação entre as freqüências de Dó e Fá (quarta) é igual à relação entre as freqüências de Fá # e Si. Por conseqüência, o intervalo entre duas notas consecutivas quaisquer da escala de doze sons[34], dita dodecafônica, que é igual a um semitom, tem sempre a mesma relação matemática, **r=1,059463...=(2)$^{1/12}$,** que é a raiz duodécima de 2"
> **"Bach** escreveu uma série de 24 prelúdios e fugas, cobrindo as 24 tonalidades maiores e menores, chamada de *O Cravo Bem-Temperado*. Este foi o primeiro trabalho que registra e explora todas as tonalidades da escala proposta por Werkmeister." [35]... "Bach era um entusiasta do "temperamento igual" nas doze notas da escala musical."

Em 1920, o governo dos Estados Unidos adotou a freqüência de 440 vibrações por segundo para a nota fundamental, **A3** (LA 3). Descobriu-se que as notas correspondentes à terça aumentada, **C3#** (DÓ sustenido) e à quinta **E2** (MI) têm freqüência de 277,1826[36] e 164,8137

---

[34] A escala indiana possui 22 sons, ao invés dos 12 semitons da escala bem temperada.

[35]Miguel Ratton, "Escalas musicais - quando a matemática rege a música", artigo, revista Música & Tecnologia, 1993

[36]A frequencia do DÓ sustenido (C#) é **277,1826** vibrações por segundo; o DÓ natural (C), 277,1826/(2)$^{1/12}$=**261,6254** vibrações por segundo; a razão áurea do LA3 (A3) seria =(440x0,618033)=**271,93**45 vibrações por segundo.
O Mi natural (E2) tem **164,8137** vibrações por segundo; a parcela menor da razão áurea do LA3 (A3) seria 440x0,381966=**168,0650** vibrações por segundo. Analisem as pequenas diferenças. Mas, nosso ouvido é mais apurado do que a nossa visão; os arquitetos usam, para

vibrações por segundo, respectivamente, de acordo com a regra matemática que define a escala bem temperada de Bach. A terça e a quinta são as notas que definem o acorde dominante em uma tonalidade. Este acorde dominante é formado por três notas (nota fundamental+terça+quinta) no acorde **menor**; e (nota fundamental+terça aumentada+quinta) no acorde **maior**; na escala temperada as terças e as quintas vibram em freqüências muito parecidas com os valores referentes à proporção áurea da nota fundamental; no caso do **A3** (LA 3) estes valores seriam 271,9349 e 168,0650 vibrações por segundo; a diferença entre os números da razão áurea e os adotados na escala é muito pequena. Desta forma, encontramos uma quase proporção áurea escondida na escala musical, exatamente nas notas consonantes, ou seja, nas notas que formam o acorde dominante da tonalidade. Será que Andreas Werkmeister e Bach tinham conhecimento da divisão áurea? Achamos que tudo fizeram baseados na intuição artística. Provavelmente, nada entendessem de geometria.

Interessante notar que o intervalo correspondente a um semitom, **r=1,059463...=$(2)^{1/12}$, raiz duodécima de dois, define a escala musical mais usada no Planeta. Por outro lado, o número doze é nosso conhecido: ele serve para medir o tempo; é o número do dodecaedro regular, o sólido perfeito escolhido por Pitágoras, formado por doze pentágonos regulares, regido por um verdadeiro "festival de proporções áureas",** como vimos no item "2- A Proporção Áurea e o Antigo Egito".
Curiosamente, o teclado do piano, considerado o mais completo dos instrumentos, traz 13 teclas entre o dó (C) e a sua oitava; 8 teclas brancas e 5 negras, separadas em grupos de 3 e de 2. Observar que os números 13, 8, 5, 3 e 2 pertencem à série de Fibonacci, que traz oculta a proporção áurea. Coincidência, ou são as leis da harmonia cumprindo o seu papel? Antonio Stradivarius[37] (1648-1737) usava a proporção áurea na construção de seus violinos, que sempre foram considerados os melhores do mundo.

---

representar a proporção áurea, os números (5/8)=0,625, ao invés de 0,618033; e (3/8)=0,375, ao invés de 0,381966 e ninguém percebe. Mas nosso ouvido distingue muito bem a diferença entre DÓ e DÓ sustenido; a proporção áurea ficaria na média aritmética entre estas duas notas com erro menor do que 1%. Da mesma forma, a proporção áurea estaria na média entre MI natural e MI sustenido (FÁ), com erro menor do que 1%. Poderíamos fazer uma especulação sobre este tema, a título de curiosidade: quais seriam as frequencias vibracionais do **DÓ #** e do **MI** natural se tomarmos os números 5/8 e 3/8, usados pelos arquitetos para a razão áurea? Seriam (5/8)x440=**275**; e (3/8)x440=**165**; comparados com as frequências da escala bem temperada teríamos um erro de 0,78% e 0,60%, respectivamente, ou seja menor do que 1%. Ficariam as perguntas: se a **escala bem temperada** seguisse **rigorosamente** a proporção áurea, ficaria a música mais bonita, mais agradável ao ouvido humano? Nossa audição perceberia esta pequena diferença? Teríamos problemas com os harmônicos? Eis uma boa questão para um pesquisador.

[37] http://pt.wikipedia.org/wiki/Stradivarius: "**Stradivarius** é uma das mais famosas marcas de instrumentos de corda. Seu construtor, o luthier Antonio Stradivarius, produziu na Itália renascentista vários violinos e violoncelos. Segundo constatações, mais de mil violinos foram criados, mas apenas 650 ainda existem. O mais famoso é chamado de "O Messias", de 1716, e se econtra no Ashmolean Museum de Oxford. Este violino praticamente não foi tocado. Isso foi constatado observando-se o seu verniz pouco alterado, em comparação com os instrumentos da mesma época. Em Maio de 2006, um Hammer Stradivarius, criado em 1707, foi vendido pela leiloeira Christie's, em Nova Iorque, por 2,4 milhões de euros - um recorde num leilão; e, em 4 de abril de 2008, a casa de leilões Christie's vendeu um Stradivarius do ano 1.700 por US$ 1.273.000 a um comprador que não quis ser identificado."

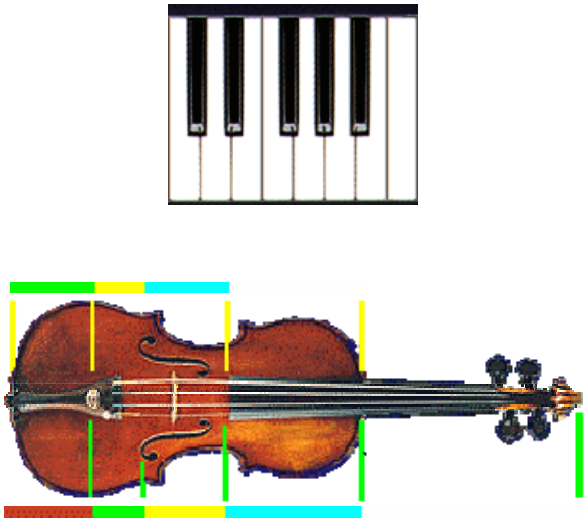


Fig. 18- A sequência de Fibonacci no teclado do piano e a proporção áurea no violino

8- Le Corbusier e seu Cânone Arquitetônico

Le Corbusier, considerado um dos 5 maiores arquitetos[38] do século XX, criou o MODULOR[39], cânone arquitetônico baseado na proporção áurea. É claro, o MODULOR é a edição moderna do homem de Vitrúvio e de Leonardo.

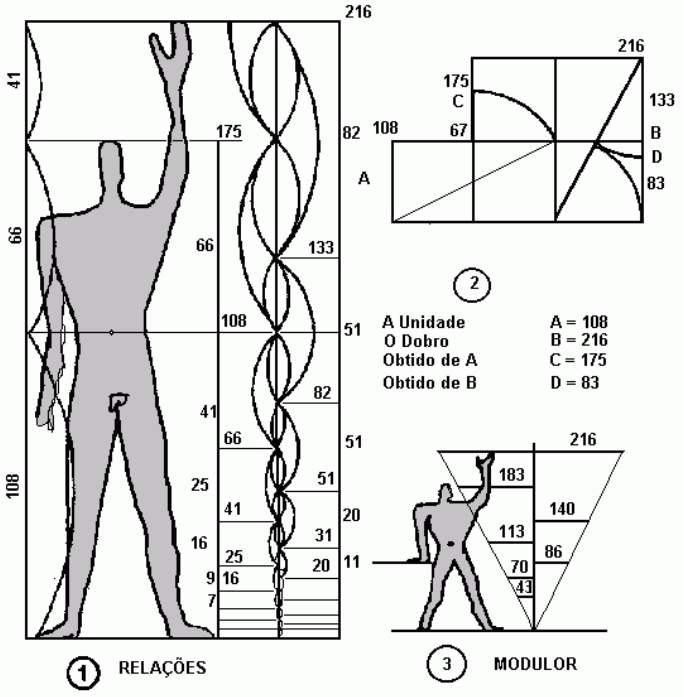


Fig. 19- O MODULOR de Le Corbusier

Quando Oscar Niemeyer[40] concorreu ao projeto da sede das Nações Unidas em Nova York, com 50 concorrentes inscritos, o grande Le Corbusier (1887-1965) participava da banca

---

[38] Os outros 4 seriam: Frank Lloyd Wright (1867-1959), arquiteto americano; Alvar Aalto (1898-1976), finlandês; Mies van der Rohe (1886-1969), alemão; e Oscar Niemeyer (1907-). Eu acrescentaria a esta lista o genial Antonio Gaudi (1852-1926), arquiteto catalão que projetou a Sagrada Família, em Barcelona.

[39] www.mat.uel.br/geometrica

examinadora. Abaixo, o edifício-sede da ONU, mostrando a proporção áurea.evidenciada nos retângulos em vermelho. Ao lado, a maravilhosa torre de Toronto, no Canadá.

Fig. 20- O Edifício-sede da ONU; torre em Toronto

A Santa Ceia de Salvador Dali (1904-1989), um dos maiores pintores do século XX assinalando-se a secção áurea.

---

[40] Segundo Darci Ribeiro, Niemeyer é a única pessoa entre nós que será lembrada daqui a 2 milênios, pela sua grandiosa obra arquitetônica..

Fig. 21- A Santa Ceia, de Salvador Dali

9-Equação Genérica da Proporção Áurea

O matemático russo, Prof. **Alexey Stakhov**[41], da Academia Ucraniana de Ciências da Engenharia, doutor em ciência da computação, estudou a seqüência de Fibonacci enumerando e demonstrando suas diversas propriedades matemáticas, inclusive, generalizando-a para uma família de seqüências numéricas.

Deste estudo, ele criou uma nova linguagem computacional. Esta nova linguagem deu origem a um processador do qual Stakhov pediu patente nos 9 países mais importantes da terra. Segundo o cientista, com esta nova linguagem, que possui como base uma seqüência de números encadeados na proporção áurea, o computador vai errar menos e ficará mais bem protegido contra *hackers*.

Stakhov também estou matematicamente a equação da proporção áurea, que é do segundo grau, criando uma equação genérica cujas soluções dão origem a uma família de proporções originadas da proporção áurea. Veja a equação genérica:

[41] www.goldenmuseum.com; **(**harmonybook@hotmail.com**)**

$$\frac{CB}{AC} = \left(\frac{AB}{CB}\right)^p$$

Ou,

$$x^{p+1} = x^p + 1.$$

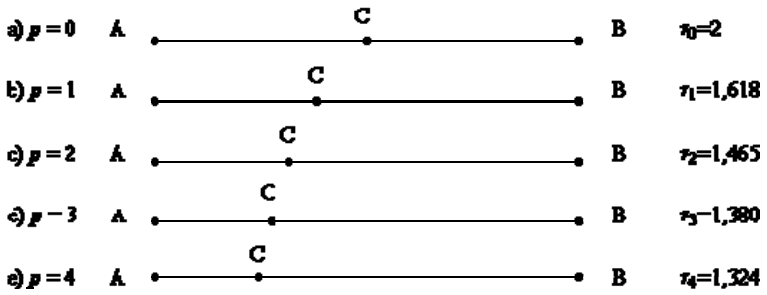


Fig. 22- Equação genérica da proporção áurea

Segundo o Prof. Stakhov, em 1990, o cientista Jean-Claude Perez, da IBM, descobriu a lei matemática que rege a organização da base T, C, A, G dentro do DNA. Por trás desta organização genética encontra-se a série de Fibonacci.

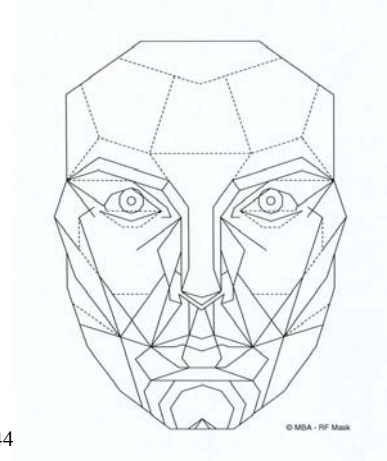
10-A Cirurgia Plástica e a Divina Proporção

Dr Stephen R. Marquardt, cirurgião plástico[42] da Universidade da Califórnia, mostra em seu *site* o DNA em formato de hélice; e ao seccionarmos esta hélice com um plano perpendicular ao seu eixo, a figura que se obtém projetada na seção encaixa-se em um decágono regular com todas as suas diagonais traçadas; e um decágono são 2 pentágonos sobrepostos; ou seja, a figura que ajuda a retratar a forma de nosso DNA é obtida em cima da proporção áurea, através do pentágono regular.[43]

Encontramos nos trabalhos deste cirurgião a maior evidência que relaciona a secção áurea à beleza. Dr Marquardt usa em suas cirurgias faciais a "máscara humana" como padrão de beleza a ser seguido na reconstrução do rosto de seus pacientes. Esta "máscara humana" é como se fosse o negativo de um rosto belíssimo, construído usando somente linhas retas, sobre um decágono regular, com todas as suas diagonais traçadas. E o decágono regular, com suas diagonais, é um festival de secções áureas de incomparável delicadeza. A beleza humana é subordinada à elegância da geometria. E a geometria é a matemática que se vê.

[42] www.beautyanalysis.com

[43] www.beautyanalysis.com



44

Fig. 23- Lucila Verus[45]; a máscara facial de Dr. Marquardt; Greta Garbo; Marilyn Monroe.

11- A "espiral maravilhosa" nas conchas marinhas[46]: a simplicidade e beleza da sua descrição matemática; os chifres espiralados; as galáxias e os voos espaciais.

A espiral equiangular ou logaritmica

"Quando o animal que vive em uma concha cresce, é necessário que a concha onde vive também cresça, para o acomodar. O modo de crescimento das conchas permite que a sua forma se mantenha. As medidas dos segmentos que unem o centro da concha aos pontos da concha aumentam, mas as amplitudes dos ângulos formados por esses segmentos e as tangentes à concha mantêm-se, ou seja, as conchas seguem uma *espiral equiangular* ou *logaritmica*. Dado um ponto *O*, a espiral equiangular é uma curva tal que a amplitude do ângulo formado pela tangente em qualquer dos seus pontos *P* com a reta *OP* é constante:

---

[44] Imagens, cortesia de www.goldennumber.net, Gary B. Meisner, copyright 2006.

[45] Lucila Verus: presumo seja a filha do imperador romano Marco Aurélio, esposa de Lucius Verus; irmã do imperador Comodus.

[46] www.mat.uc.pt

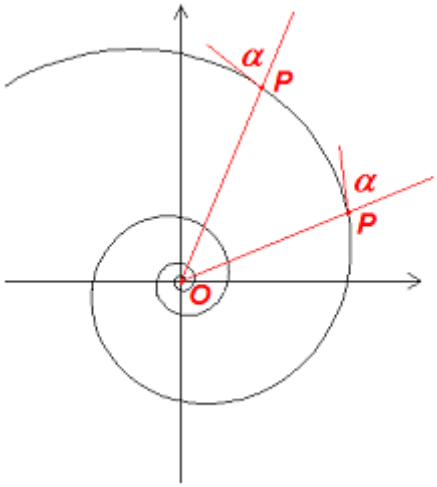


Fig. 24- A "Espiral Maravilhosa"

Jacob Bernoulli (1654-1705) chamou esta curva de ***Spira mirabilis*** (espiral maravilhosa). O nome espiral logaritmica tem a sua origem na sua expressão analítica. Esta expressão é dada, em termos das coordenadas polares ***r*** e Θ, por

$$\boxed{r(\Theta) = R\ e^{\Theta \cot \alpha}}$$

onde ***R*** é o raio associado a **Θ=0**. Esta expressão indica-nos a distância à origem, ***O***, de um ponto da curva em função de **Θ** . Equivalentemente, a expressão pode ser dada na forma

$$\boxed{\ln(r/R) = \Theta \cot \alpha}$$

que é a origem do nome de espiral **logaritmica.**

Se a amplitude α for 90º, a espiral equiangular torna-se uma circunferência. É claro que o bicho não ficaria muito "satisfeito" com uma concha circular, porque o não deixaria crescer mais. O ângulo não sendo reto permite que a espiral "cresça", o que corresponderá a um alargamento da concha. Este crescimento mantém sempre a forma da concha e chama-se *gnomónico*. Em geometria, o ***gnómo*** (palavra de raiz grega que significa "o que indica" ou "que dá a saber") de uma figura dada é uma segunda figura que, acrescentada ou retirada à primeira, gera uma terceira figura semelhante à original.
Este padrão de crescimento é tão comum que é por muitos chamado de **"lei da natureza"**. A maioria dos cornos dos animais, as garras, os caracóis, entre outros exemplos, também são, basicamente, espirais equiangulares".
No artigo **"A matemática da beleza", Gleiser**[47] escreve**:** "O quê conchas de caracóis, galáxias, furacões, os chifres de um bode e a curva do seu lábio superior, têm em comum? Todos seguem a mesma curva fundamental, a **espiral logarítmica**. Não, os seus lábios não são uma espiral, mas parte dela". Para **Platão**, diz Gleiser, **"o arquiteto divino do Cosmo era um geômetra"**. Para **Galileu, Kepler e Newton "além das distorções de nossa percepção da realidade, há uma ordem que pode ser expressa em termos matemáticos".**

[47] http://opensadorselvagem.org/comprofiler/userprofile-36Sobre o autor
Henrique Cruz, no artigo A ARTE E A MATEMÁTICA, refere-se a Marcelo Gleiser, cientista brasileiro, atualmente professor de Física Teórica no Dartmouth College, EUA.

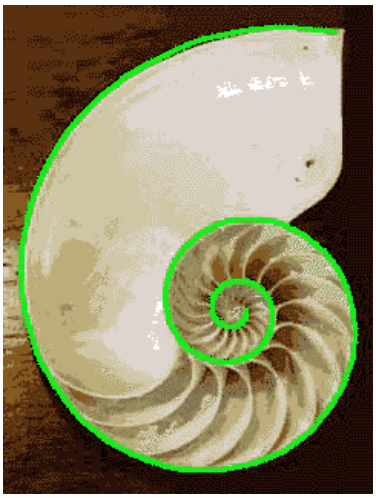


Fig. 25- A espiral equiangular no antílope e no nautilus[48]

Fig. 26- A beleza do nautilus

[48] http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Curves/Equiangular.html

Fig. 27-A equiangular na galáxia

Fig. 28- A “espiral maravilhosa” na galáxia Cata-Vento

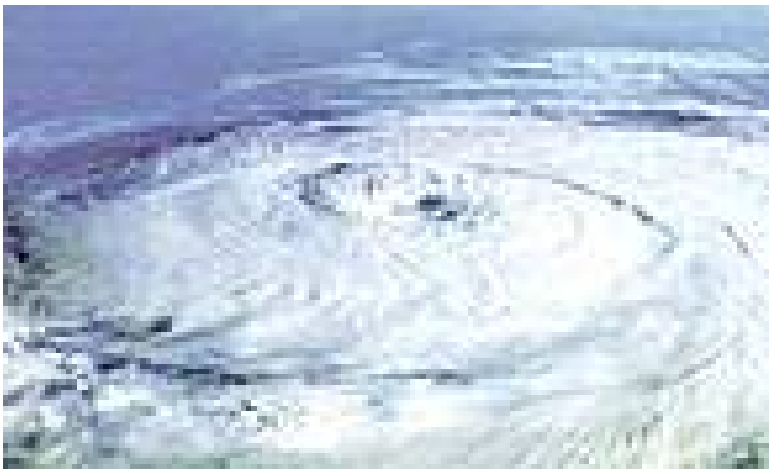


Fig. 29- A tempestade e a equiangular

Acredita-se que esta espiral apareça no vôo das aves de rapina, no momento em que atacam a presa. A ave "cai" sobre a caça em vôo espiralado, focada no pólo. A espiral descrita é equiangular para que a ave possa manter a posição da cabeça, com o pescoço imobilizado, permitindo manter os olhos fixos na presa sem prejudicar a aerodinâmica do vôo, gastando um mínimo de energia.

Espiral equiangular áurea

Quando α=85,62042395^0, a espiral será áurea, porque a cada 360 graus o seu raio cresce na proporção geométrica de ϕ. Da equação geral,

$r(\Theta)=R\ e^{\Theta \cot \alpha}$,

Fazendo Θ=0=0.360^0= 0.2π, teremos: $r(\Theta)=\boldsymbol{R}\ e^{0.2\Pi \cot \alpha}=\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{e}^{0}=\boldsymbol{R}$;

para Θ=1x360^0= 1.2π, teremos: $r(\Theta)=\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{e}^{1.2\Pi \cot \alpha}=\boldsymbol{R}\ \Phi$;

para Θ=2x360^0=2.2π, teremos: $r(\Theta)=\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{e}^{2.2\Pi \cot \alpha}=\boldsymbol{R}\ \Phi^2$;
para Θ=3x360^0= 3.2π, teremos: $r(\Theta)=\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{e}^{3.2\Pi \cot \alpha}=\boldsymbol{R}\ \Phi^3$;
para Θ= $\boldsymbol{n}$ x 360^0, = $\boldsymbol{n}$.2π, teremos: $r(\Theta)=\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{e}^{n.2\Pi \cot \alpha}=\boldsymbol{R}\ \Phi^{n}$; sendo "n" um número inteiro positivo.

A equação da espiral áurea seria:
$\boldsymbol{r(\Theta)=R\ e^{(0,07658724).\Theta}}$
R seria o raio para Θ=0; Θ o ângulo que indica a posição do raio vetor, em radianos;
"*e*" seria o número de NEPER igual a 2,718281828459...
A cada giro de 360^0, o raio vetor cresce na proporção geométrica de Φ.

-Que espiral faz uma nave lançada da terra[49]?
-Provavelmente, uma equiangular áurea para gastar um mínimo de energia. No *site* referido neste parágrafo o leitor poderá ver a simulação de um vôo espacial a marte, lançado da terra, cuja trajetória é uma espiral equiangular. O autor do *site* apresenta todas as equações diferenciais com os cálculos referentes à trajetória da nave: velocidade, distância percorrida, posição, etc. Para quem aprecia mecânica celeste...!

[49] www.sc.ehw.es/sbweb/fisica; Viaje de la Tierra a Marte siguiendo una trayectoria en forma de espiral logarítmica.

Na semente do girassol agrupada na flor, e em muitas flores, no abacaxi, no pinhão, etc., pode-se ver que há uma lei de formação que dispõe as pétalas, as sementes, os frutos.

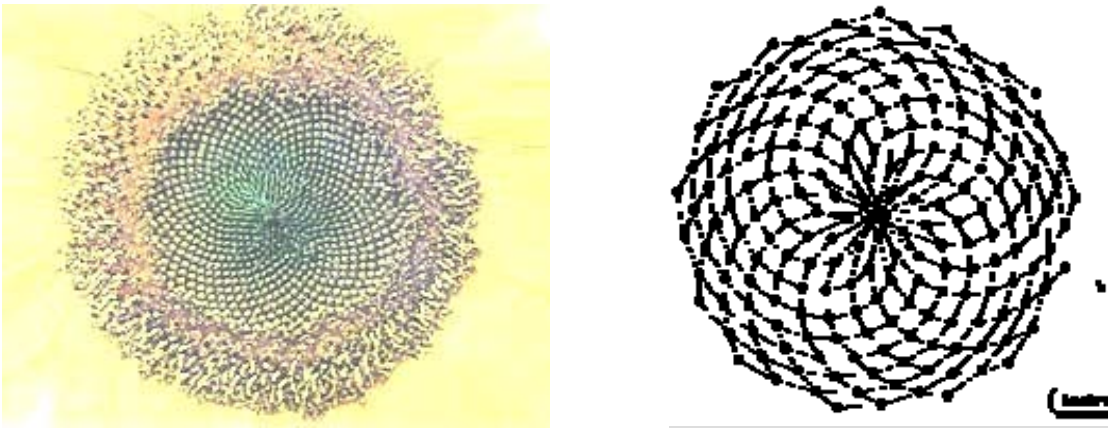


Fig. 30- O girassol

Nada é disposto ao acaso. Há uma lei de formação. O universo é geométrico e muito bonito.

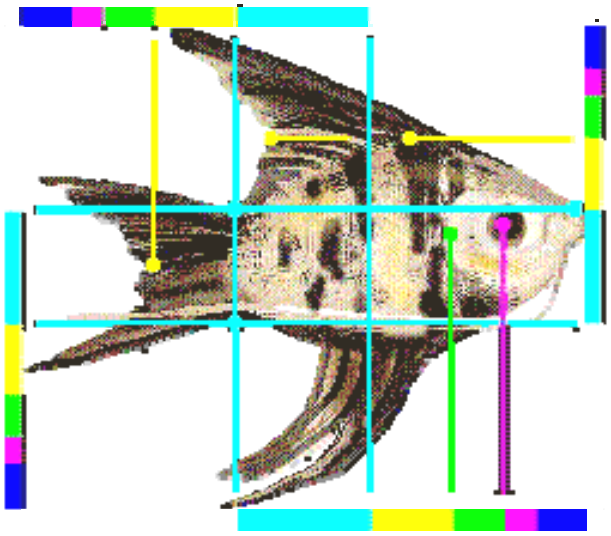


Fig. 31- O peixe e a proporção áurea

Fig. 32- A borboleta, o tigre e a proporção áurea

Se procurarmos, vamos encontrar a proporção áurea por traz de todas as flores. Quando não descobrimos com facilidade a proporção áurea encontramos a seqüência de Fibonacci: 3 pétalas, depois 5 pétalas, 8 pétalas, seguidas por 13 pétalas...

A divisão áurea aparece nas formas dos cristais dos minerais encontrados na natureza; e nos quase-cristais, descobertos em 1984, por um físico israelense.

A secção áurea mostrada na freqüência entre a nossa pressão sistólica e diastólica.

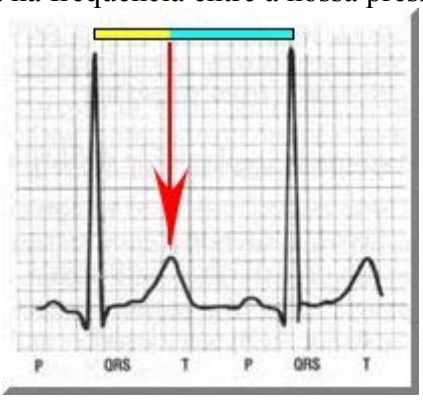


Fig. 33- Frequência entre a pressão sistólica e diastólica em uma pessoa saudável e em paz.

Hoje, entendemos porque Pitágoras dizia que o universo pode ser explicado com números. Sem misticismo, constata-se que a matemática possui uma **lógica** e uma **delicadeza** que refletem a **harmonia**...E o universo é lógico e harmonioso.

A simetria, que é, talvez, a principal lei da harmonia, é bem visível a nossos olhos: os animais possuem formas simétricas. Mas a proporção áurea é escondida.

12- A Genética e a Divina Proporção

Dentro de uma mesma espécie, a partir do cruzamento de duas raças, consegue-se um animal de sangue misto. Para se conseguir uma raça mista não basta, simplesmente, cruzar dois animais de raças diferentes. São necessários vários cruzamentos até que os animais obtidos adquiram características próprias, e diferentes das raças iniciais, e que estas características sejam transmitidas a seus descendentes, com poucas variações.

São necessários vários cruzamentos até que se chegue a um animal de características firmes, que passe a seus descendentes. Aí se considera que se chegou a uma raça mista. O Ministério da Agricultura do Brasil aceita o registro da raça mista se a proporção do sangue das duas raças iniciais aparecerem na raça mista na razão de 3/8 e 5/8. São necessários 3 cruzamentos para se conseguir esta proporção.

Ou seja, a raça mista girolando tem 3/8 de sangue gir e 5/8 holandês; a raça carol tem 3/8 caracu e 5/8 holandês; a raça ibajé tem 3/8 nelore e 5/8 angus, etc. Por que 3/8 e 5/8?

Na impossibilidade pratica de se fazer cruzamentos até atingir a proporção áurea, aceita-se o 3/8 e 5/8 como aproximação, que seria 0,375 e 0,625. Muitos arquitetos também usam a proporção 3/8 e 5/8 por ser prática.

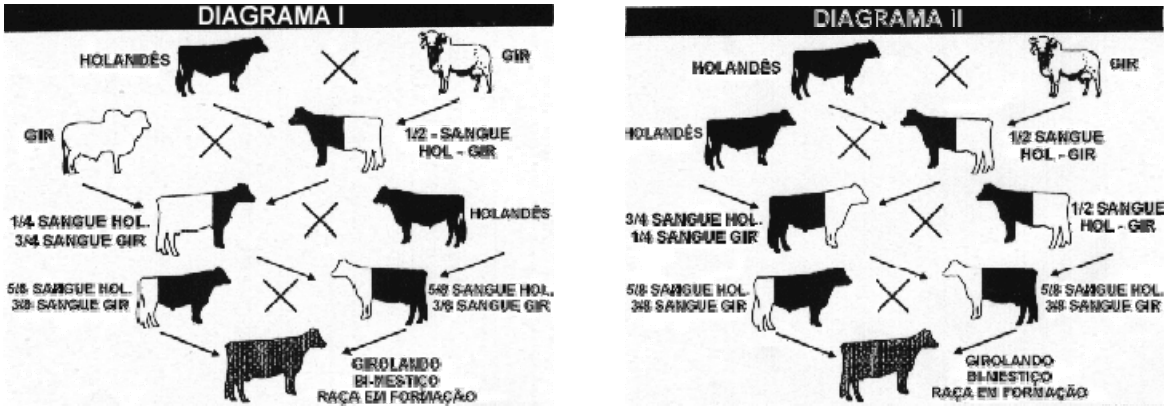


Fig. 34- Esquemas de cruzamento para conseguir o girolando[50]

Esta proporção, dizem muitos zootecnistas, traz equilíbrio das características transmitidas à descendência. Observar que a proporção do equilíbrio seria, e sempre foi, a proporção áurea: 0,382 e 0,618 ou seja, quase 3/8 e 5/8. Contudo, alguns zootecnistas afirmam haver exagero nestas informações: as características transmitidas aos descendentes não seriam tão firmes quanto se apregoa.

13-Da minha experiência como calculista de estruturas.

Meu mestre, Dr. Ferdinand Tchermennegg, dizia que a diferença entre a estética e a estática é de, apenas, uma letra. De fato, nas línguas ocidentais é isto mesmo: em alemão, francês, espanhol, italiano...

Em uma ponte de vários vãos desiguais, estes devem crescer, ou decrescer, na proporção áurea, ou múltiplos, para dar equilíbrio e harmonia. Havendo harmonia na forma, haverá equilíbrio nos esforços, nas tensões e se consegue economia de materiais.

Há algum tempo, calculando uma série de galpões para uma grande empresa agroindustrial (galpões leves para aves e suínos), descobri que há uma inclinação no telhado que minimiza a ação perversa do vento na estrutura dos galpões, quando o vento incide perpendicularmente aos mesmos. É fácil observar este fato quando se analisa a Norma ABNT, Forças Devidas ao Vento em Edificações, NBR 6123, de 1988. Esta Norma é fruto de longa pesquisa em túneis de vento, realizadas pelo Prof. Blessman, de Porto Alegre. Analisando a Norma, a gente observa que ao variarmos a inclinação do telhado, partindo-se do telhado horizontal, sem inclinação, as forças devidas ao vento aumentam, quando a inclinação passa de zero para 5 e de 5 para 10 graus; de 10 para 15 graus as forças do vento diminuem; de 15 para 20 diminuem mais ainda; em 20 graus, as forças devidas ao vento se minimizam e se tornam iguais nas duas águas do telhado; inclinando-se mais, as forças já se desequilibram, passando a ser maiores de um lado do que do outro. Assim, conclui-se que a inclinação ideal seria 20 graus porque os esforços de vento nas duas águas são menores e se equilibram por terem sinais opostos. Este esforço a 20 graus é igual a 25% do esforço a 10 graus. A diferença é muito grande. A influencia da inclinação do telhado nas forças do vento é decisiva no cálculo destes galpões leves. Nestes, as forças devidas ao vento são de 3,2 a 4,9 vezes o peso-próprio da edificação.

Observando o telhado com a inclinação de 20 graus, vemos que ele é harmonioso, equilibrado.

[50] www.girolando.com.br

-Qual é o segredo? Por que a natureza escolheu 20 graus de inclinação como sendo a mais econômica, a mais segura e a mais harmoniosa?

Observei que o angulo formado pelo telhado e pela vertical seria 90+20=110 graus. E que a proporção áurea de 180 seria 180x0,618= 111,24 graus. Ou seja, o ângulo indicado pela NORMA ainda contem um pequeno erro de (111,24-110)= 1,24 graus; para seguir a proporção áurea a inclinação do telhado deveria ser (20+1,24)= 21,24 graus.

É que a Norma desconhece estes números quebrados. Dr. Blessmann fez experimentos no túnel de vento usando os ângulos: zero, 5, 10, 15, 20, 25, 30 45 e 60 graus. Jamais iria usar o ângulo de 21,24 graus! Estou convicto que seria o ângulo mais adequado.

Com a experiência adquirida, introduzi mãos francesas nas tesouras, criei um "contraventamento" em forma de estrela, tudo baseado na proporção áurea, obtendo estruturas mais harmoniosas, mais equilibradas e mais econômicas, com baixíssima solicitação de fletores nas fundações e pouco deslocáveis com relação ao vento. O galpão que é muito sacudido pelo vento fica cheio de goteiras, com o passar do tempo. E, com o "contraventamento" em forma de "estrela" (áurea) este problema foi resolvido permitindo, inclusive, a construção de galpões feitos com peças tubulares, de forma muito econômica. As formas harmoniosas nas estruturas das edificações, além de encantar os olhos e aliviar a alma, trazem economia de materiais na construção. Assim, ao apagar das luzes de 2008, apresento em formato de um pequeno livro

O GALPÃO AUREO

Estudo técnico e econômico de um galpão leve (sem ponte rolante), cuja forma estrutural se baseia na proporção áurea, comparado com o do galpão convencional correspondente.
Abaixo, o SUMARIO do livro:

SUMARIO

Estamos denominando *GALPÃO AUREO* ao galpão cuja forma estrutural baseia-se na proporção áurea, conforme descrito neste trabalho.

Foram projetados e calculados 2 galpões muito utilizados: o galpão de 12m de vão com colunas de 3m, usado aos milhares em avicultura e suinocultura; e o galpão de 20m de vão, colunas de 6m, para armazenagem, oficinas, depósitos, pequenas indústrias, talvez o mais usado neste País.

Os resultados são animadores, comparados com os de projetos similares, convencionais:

-Galpão Áureo de 12mx3m:

-economia de materiais na estrutura de aço de 31 a35%, dependendo da hipótese de vento considerada;

-redução de materiais nas fundações da ordem de 50%;

-redução de 2% no deslocamento horizontal no topo das colunas; redução de 57% no deslocamento vertical na cumeeira do galpão;

-Galpão Áureo de 20mx6m:

-economia de materiais na estrutura de aço da ordem de 25%; adiciona-se a este fato a economia de mão-de-obra na fabricação da estrutura deste galpão, que é muito mais simples;

-redução de materiais nas fundações da ordem de 40%;

-aumento de 7% no deslocamento horizontal no topo das colunas, porem dentro do limite estabelecido; redução de 38% no deslocamento vertical na cumeeira do galpão.

Além do resultado conseguido no cálculo da estrutura de aço dos galpões convencionais, com a adoção do Galpão Áureo, a definição da Terça Áurea abre caminho para a utilização desta solução no cálculo das vigas retas de pontes e mesmo no cálculo das terças de galpões de todos os tipos.

A economia de materiais nas terças de galpões é de 33 %, no galpão de 12m, e de 16% a 20%, no galpão de 20m, dependendo da carga de vento adotada.

O GALPÃO ÁUREO

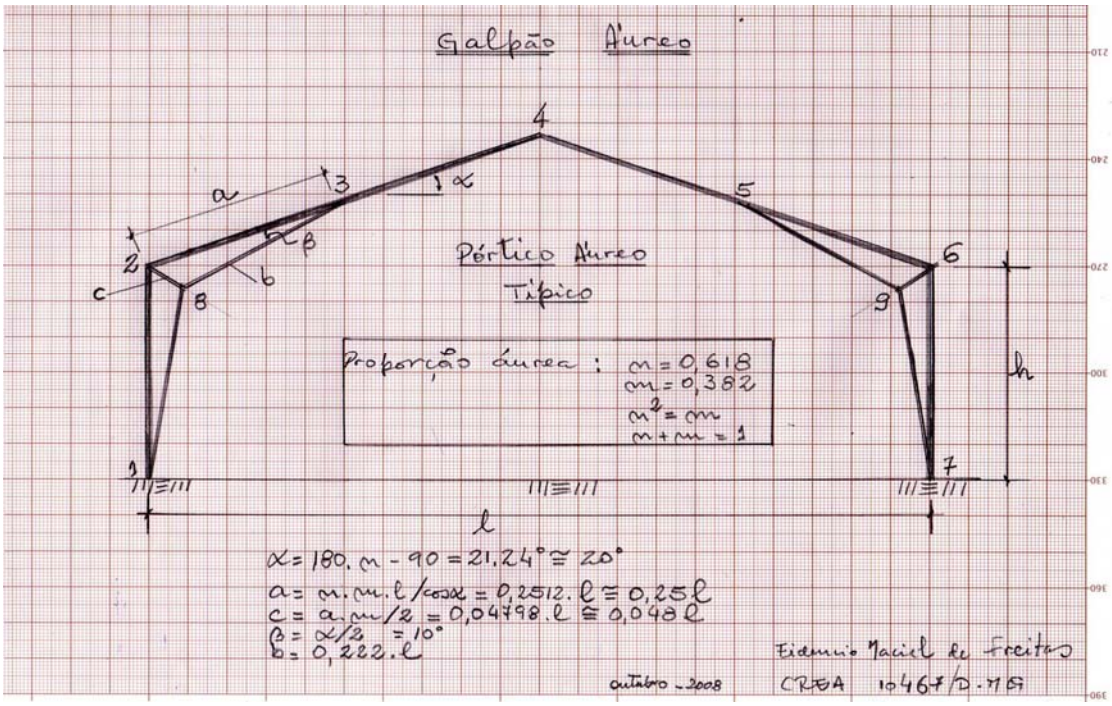


Fig. 35- O pórtico do GALPÃO ÁUREO

Características:

-ângulo de inclinação do telhado, α, está na proporção áurea de 180^0: α=180x0,618-90=$21,24^0$; esta inclinação reduz de 25% a 40% a carga de vento no teto do galpão, na face a barlavento; e esta carga de sucção do vento vale, aproximadamente, de 3,2 a 4,9 vezes o peso da estrutura do galpão[51] + as telhas de aço;

-a dimensão "a" está na proporção áurea do vão "L", fórmula na figura; esta dimensão equilibra os momentos fletores na estrutura do pórtico;

-comprimento da barra "c" está na proporção áurea da metade da barra "a", fórmula na figura;

-ângulo formado pela escora e a tesoura igual metade do ângulo de inclinação do telhado, fórmula na figura.

---

[51] **Galpão de 12m de vão por 3m de coluna**: peso-próprio da estrutura do galpão áureo 5,25kg/m^2+telhas de aço=9,75kg/m^2, para um vento de 35kg/m^2x1,2=42kg/m^2; ou seja, relação de 42/9,75=4,3 vezes; peso-próprio da estrutura do galpão áureo 5,34kg/m^2+telhas de aço=9,84kg/m^2 para um vento de 35kg/m^2x1,4=49kg/m^2; ou seja, relação de 49/9,84=4,98 vezes;

Galpão de 20m de vão por 6m de coluna: peso-próprio da estrutura do galpão áureo 11kg/m^2+telhas de aço=15,5kg/m^2 para um vento de 41,5kg/m^2x1,2=49,8kg/m^2; ou seja, relação de 49,8/15,5=3,21 vezes; peso-próprio da estrutura do galpão áureo 11,22kg/m^2+telhas de aço=15,72kg/m^2 para um vento de 41,5kg/m^2x1,4=58,1kg/m^2; ou seja, relação de 58,1/15,72=3,69 vezes.

Tendo trabalhado tantos anos construindo galpões, jamais imaginei que a proporção áurea pudesse trazer tamanha economia à construção.

14- Mosaicos de azulejos e ladrilhos em formação áurea

Apresento abaixo curiosos mosaicos[52] construídos a partir de peças triangulares e quadrangulartes em formação áurea.Estes mosaicos foram desenvolvidos por Roger Penrose a partir de 1970. Mostramos apenas 4 exemplos, mas existem muitos outros.

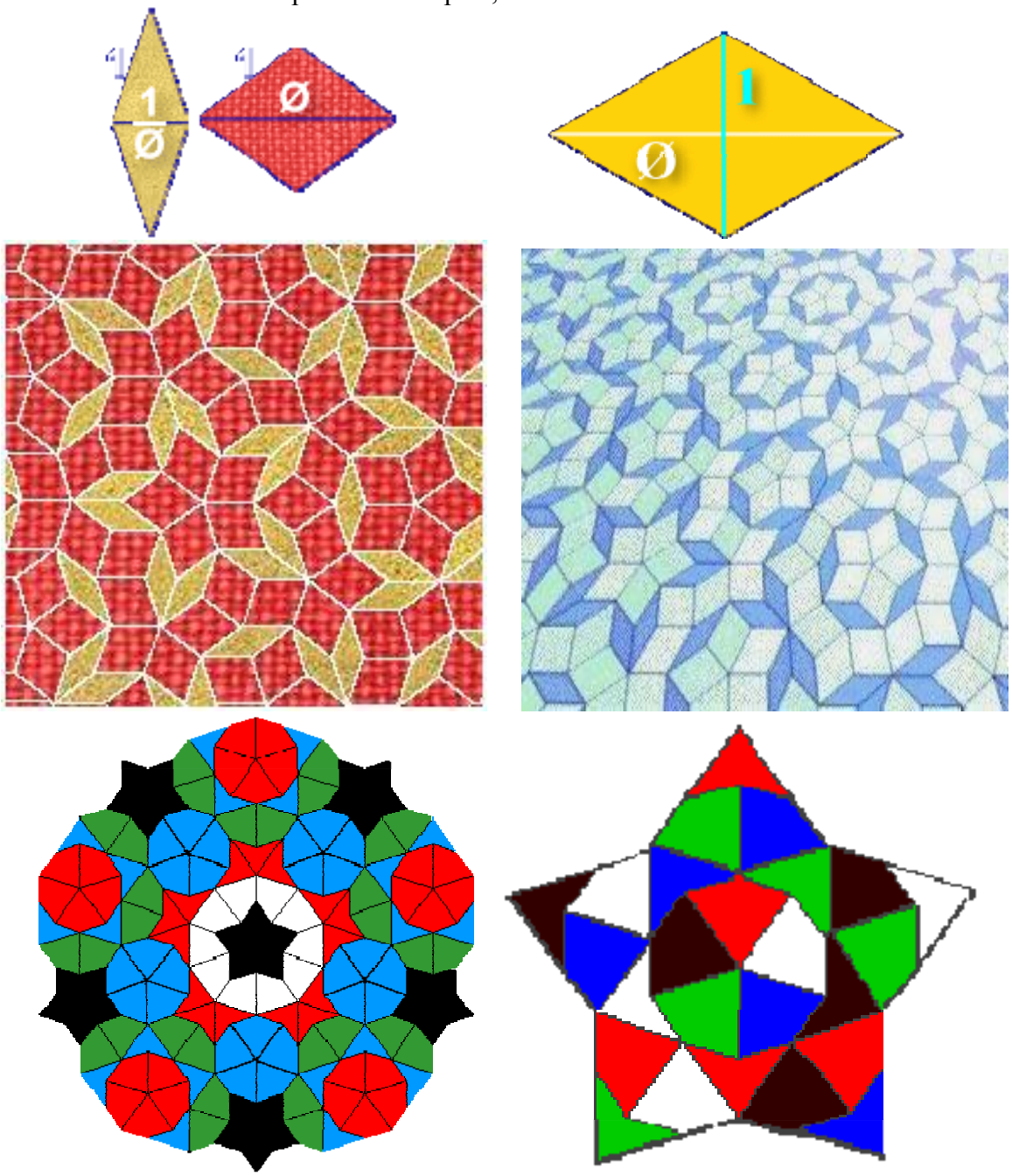


Fig. 36- Mosaicos em formação áurea

[52] www.stephencollins.net/penrose; www.gamepuzzles.com.

15-Uma nova linguagem computacional

Tive a oportunidade de estudar meticulosamente o *site* www.goldenmuseum.com, dedicado à proporção áurea. O autor do mesmo introduz o conceito áureo na ciência da computação e fala em *Fibonaci Computers*, cuja essência é uma nova linguagem computacional baseada na série de Fibonacci, com a finalidade de minimizar o ataque de *hackers* e fazer com que o computador erre menos. É uma novidade para a qual se pediu patente em 9 países.

O Prof. Stakhov, além de doutor em matemática e professor de uma grande universidade russa, é um homem do saber, com todas as letras. Imagino o velho Prof. Cristovam Colombo dos Santos[53] lendo este *site*, tão bem escrito, com uma lógica irrefutável, coisa que só um matemático poderia escrever... O raciocínio flui do mais simples para o complexo... E é muito interessante a idéia de um museu virtual sobre a proporção áurea. Dr. Cristovam, filósofo e matemático, com certeza, acrescentaria comentários fantásticos, capazes de enriquecer o texto do Prof. Stakhov e de encantar este discípulo.

É interessante o fato da proporção áurea estar sempre escondida, camuflada por trás do infinitamente pequeno e do grandioso, como uma ajuda mágica que não se vê, plantada por um artista, por uma pessoa sensível, por um especialista no arranjo das formas e dos espaços, por um admirável geômetra ou pelo Criador da natureza!

Os egípcios tratavam-na com misticismo. Mas, não sou místico. Minha visão é prática: na proporção áurea vejo beleza, equilíbrio, harmonia e economia nos materiais usados nas construções. Seja a construção de uma ponte, de um galpão, de um edifício, de uma espaçonave ou de uma flor, que também é construída, pela mãe natureza, gastando-se um mínimo de energia e de materiais.

Tudo na natureza é construído com energia mínima. Apesar de se gastar um mínimo, o resultado é belo e harmonioso. "A natureza não se faz aos saltos", dizia Dr. Cristiano[54], meu velho professor, na Escola de Minas. E a gente achava que estava entendendo estas palavras...

E, ainda assim, depois de tudo isto, muita gente ainda acha que o belo seja supérfluo.

-Já imaginou se o belo não existisse? O quê seria o homem? Mais um animal?

E, agora, se tiver curiosidade, visite os *sites* indicados.

---

[53] Dr. Cristovam Colombo dos Santos foi professor na Escola de Minas de Ouro Preto durante 50 anos. Graduou-se em 1915. Ensinou todas as cadeiras de matemática até o calculo tensorial. Foi um dos fundadores da Escola de Filosofia da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais).

[54] Dr. Cristiano Barbosa da Silva, antigo catedrático de química na Escola de Minas de Ouro Preto.

16-Referências consultadas

-Belussi , Giuliano Miyaishi e outros, NÚMERO DE OURO, artigo, Universidade do Paraná.

-Φ (FHI), A Razão da nossa Proporção ser Divina! Semíramis Coelho da Silva Guabiraba, Universidade Luterana do Brasil, sra.guabiraba@gmail.com; Malcus Cassiano Kuhn Universidade Luterana do Brasil, malcusck@yahoo.com.br.

-Freitas, Fidencio Maciel de, Mãe África, Belo Horizonte, editora Memória Gráfica, 2002, www.africamae.com.br

-Freitas, Fidencio Maciel de, 2008, O Galpão Áureo, www.africamae.com.br

-KELLER, Werner, E a Bíblia Tinha Razão, Editora Melhoramentos, São Paulo, 15ª edição.

-MACK, Rosamund E., The Code of Hamurabi, edição do Ministério da Cultura e Informação do Iraque, em 1979.

-Marquardt., Dr Stephen R., www.beautyanalysis.com

-Ratton, Miguel, "Escalas musicais - quando a matemática rege a música", artigo, revista Música & Tecnologia, 1993

-Stakhov, Prof. Dr. Alexey, www.goldenmuseum.com

-www.bibalex.gov.eg, A Biblioteca de Alexandria.

-www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/celeste/kepler/kepler.htm

-www.girolando.com.br

-www.goldennumber.net

-www.mat.uc.pt

-www.mat.uel.br/geométrica

-http://pt.wikipedia.org

-www.sc.ehw.es/sbweb/fisica

17- Sobre o autor

Visite o site www.africamae.com.br que possui 5 livros do autor:

-O búfalo: que animal é este?

-A Tecnologia do Cabrito do Cerrado

-Mãe África

-O Galpão Áureo

-A Proporção Áurea

FIM